Baccalauréat ES 2004

L'intégrale de septembre 2003 à juin 2004

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Antilles–Guyane septembre 2003 3

Métropole septembre 2003 8

Polynésie (obligatoire) septembre 2003 13

Amérique du Sud novembre 2003 17

Nouvelle–Calédonie novembre 2003 21

Nouvelle–Calédonie mars 2004 25

Pondichéry 31 mars 2004 28

Amérique du Nord juin 2004 32

Antilles–Guyane juin 2004 39

Asie juin 2004 44

Centres étrangers juin 2004 48

Métropole juin 2004 56

La Réunion juin 2004 61

Liban juin 2004 67

Polynésie juin 2004 73

Baccalauréat ES Antilles septembre 2003

EXERCICE 1 **9 points**
Commun à tous les candidats

Le but de cet exercice est l'étude d'une fonction définie partiellement par sa représentation graphique ; on considère la fonction f définie sur par :

$$f(x) = ax + bx\ln(x) - 1,$$

où a et b sont deux réels non nuls.
La courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,2]$ est donnée en annexe (à rendre avec la copie).

Partie A

1. **a.** Déterminer graphiquement $f(1)$.
   b. En déduire que $a = 3$.
2. On sait que $f\left(\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}}\right) = -6\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}} - 1$.
   En déduire la valeur de b.

Dans la suite du problème la fonction f est définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 3x + 6x\ln(x) - 1.$$

Partie B

1. Déterminer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.
   (On pourra utiliser le résultat suivant : $\lim\limits_{x \to 0} x\ln(x) = 0$.)
2. **a.** On admet que f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$; montrer que pour tout $x \in\ ]0\,;\,+\infty[$, $f(x) = 9 + 6\ln(x)$.
   b. étudier le signe de f' et en déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
3. **a.** Déterminer l'équation de la tangente $\mathcal{D}$ à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.
   b. Tracer en couleur la droite $\mathcal{D}$ sur la figure de l'annexe ainsi que la tangente au point d'abscisse $\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}}$.

Partie C

Sur la figure de l'annexe, les graduations représentent 1 unité en ordonnée et 0,1 unité en abscisse.

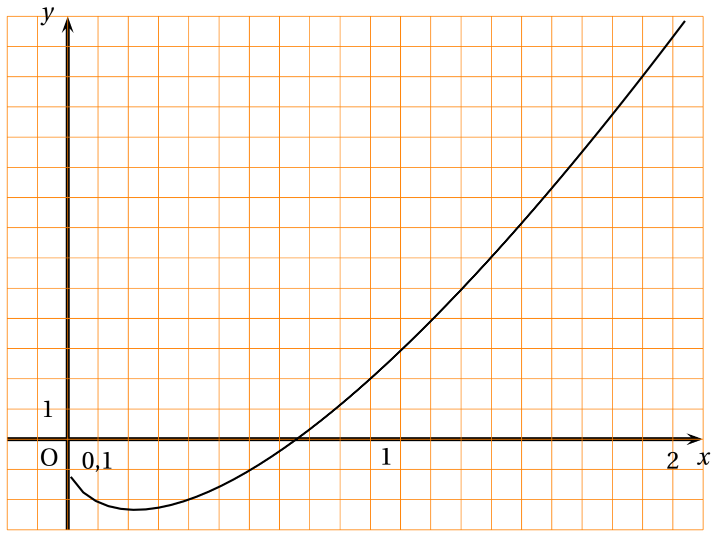
1. Combien d'unités d'aire représente un carreau ?
   En vous appuyant sur la figure de l'annexe, donner un encadrement d'amplitude inférieure ou égale à 2 de l'intégrale $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.
2. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = 3x^2\ln(x).$$

   a. On admet que g est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$; déterminer la dérivée g' de g.

b. En déduire une primitive de f sur $]0~;~+\infty[$ et calculer $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Donner une valeur approchée du résultat à 10^{-1} près.



EXERCICE 2 **6 points**

Dans une fête foraine, Julie décide de jouer à un jeu dont chaque partie se déroule de la façon suivante :

- Elle tire un jeton dans une urne contenant 7 jetons rouges et 2 bleus.
- S'il est bleu elle gagne, sinon, sans remettre le premier jeton tiré, elle en tire un deuxième.
- S'il est bleu elle gagne, sinon, sans remettre les deux précédents, elle en tire un troisième.
- S'il est bleu elle gagne, sinon elle a perdu la partie.

1. Pour les calculs suivants, on pourra s'aider d'un arbre pondéré.

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

a. Déterminer les probabilités des évènements suivants :

- A : « Julie gagne en un tirage exactement » ;
- B : « Julie gagne en deux tirages exactement » ;
- C : « Julie gagne en trois tirages exactement ».

b. Calculer la probabilité de gagner à ce jeu.

2. On suppose dans la suite de l'exercice qu'à chaque partie la probabilité de gagner est $\dfrac{7}{12}$.

À chaque partie gagnée, Julie gagne 1 ticket. Elle a remarqué un joli petit ourson en peluche qu'elle peut obtenir avec au moins 3 tickets.

Elle décide donc d'effectuer quatre parties consécutives.

On suppose que les parties sont indépendantes.

On appelle k le nombre de tickets gagnés par Julie lors des quatre parties et on notera $P(\text{A})$ la probabilité de l'évènement A.

a. Montrer que $P(k=2) \approx 0,354$ à 10^{-3} près.

b. On donne, à 10^{-3} près :
$P(k=0) \approx 0,030$;
$P(k=1) \approx 0,169$;
$P(k=3) \approx 0,331$;
$P(k=4) \approx 0,116$.
Déterminer la probabilité pour que Julie reparte avec l'ourson à l'issue des quatre parties.

3. La mise pour quatre parties est de 5 €.
Les gains sont des bibelots dont la valeur, en fonction du nombre de tickets gagnés, est donnée dans le tableau ci-dessous :

Nombre de tickets	0	1	2	3	4
Valeur du gain (en €)	0	0,75	0,75	6	10

On appelle G le gain de Julie, c'est-à-dire ce qu'elle gagne compte tenu de ses mises.

a. Quelles sont les différentes valeurs prises par G ?

b. Déterminer la loi de probabilité de G (on pourra utiliser les résultats donnés à la **question 2.**).

c. Calculer l'espérance mathématique de G et commenter le résultat obtenu.

EXERCICE 3 **5 points**
Enseignement obligatoire

La part des femmes élues maires de 1947 à 2001 est donnée en pourcentage par le tableau suivant :

Année	1947	1953	1959	1965	1971	1977	1983	1989	1995	2001
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Part y_i (%)	0,7	0,8	1	1,1	1,7	2,6	4	5,5	7,6	11,3

Pour tout l'exercice, les détails des calculs statistiques ne sont pas demandés.

1. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthonormé (unités : 1 cm).

2. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième).
Tracer cette droite sur le graphique précédent.

3. En supposant que cet ajustement reste pertinent jusqu'en 2007, calculer une estimation de la part des femmes élues maires en 2007.

4. La forme du nuage de points laisse penser qu'un autre ajustement serait préférable. Pour cela, on pose $z = \ln y$, où ln est la fonction logarithme népérien.

a. Faire un tableau faisant apparaître les valeurs x et les valeurs $z = \ln y$, arrondies au centième.

b. Donner une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés, les coefficients étant arrondis au centième.

c. En déduire l'ajustement $y = 0,54\mathrm{e}^{0,32x}$.

d. En supposant que cet ajustement reste pertinent jusqu'en 2007, calculer une estimation de la part des femmes élues maires en 2007.

EXERCICE 3 **5 points**

Enseignement de spécialité

La figure donnée en annexe (à rendre avec la copie) représente une pyramide SABCD de sommet S.
On donne les coordonnées des points suivants dans un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$:
S(0 ; 0 ; 5) ; A(0 ; 2 ; 0) ; B(2 ; 0 ; 0) ; C(0 ; −2 ; 0) ; D(−2 ; 0 ; 0) ; M(0 ; 1 ; 0).

1. Démontrer que la base ABCD de la pyramide est un carré.

2. **a.** Sans aucun calcul, donner une équation du plan contenant les points A, B, C et D.

b. Déterminer une équation du plan (ABS).

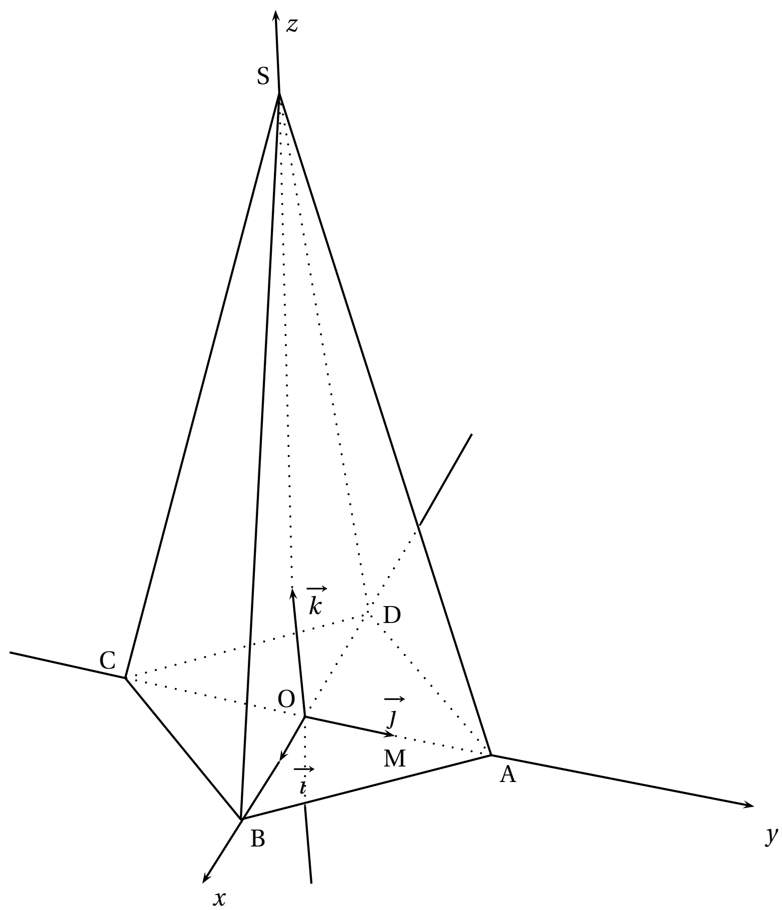
3. **a.** Vérifier que le plan (BCS) admet pour équation : $5x - 5y + 2z = 10$.

b. Placer le point N(1 ; −1 ; 1). Est-il dans le plan (BCS) ?

4. **a.** Déterminer une équation du plan $\mathscr{R}$ parallèle au plan (BCS) passant par le point M.

b. Dessiner les traces du plan $\mathscr{R}$ sur les plans (xOy), (yOz) et (xOz).

Annexe



Baccalauréat ES Métropole septembre 2003

Exercice 1 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

Soit la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = x^2 + 4 - 8\ln x.$$

1. étudier les limites de f en 0 et en $+\infty$.
2. **a.** Déterminer la dérivée de f et en déduire le sens de variation de f sur $]0~;~+\infty[$.
   b. Dresser le tableau de variation de f. En déduire le signe de f sur $]0~;~+\infty[$.
3. **a.** Montrer que la fonction G définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$G(x) = x\ln x - x$$

   est une primitive de la fonction $x \mapsto \ln x$ sur $]0~;~+\infty[$.
   b. En déduire la primitive F de f sur $]0~;~+\infty[$ vérifiant $F(1) = 0$.

Partie B

Le cours d'une action cotée en bourse, exprimé en dizaines d'euros, est égal à $f(x)$, où x représente le nombre de mois écoulés à partir du 1er décembre 2001. On a $x \in [1~;~12]$.

1. Un investisseur décide d'acheter 2 500 actions de ce type. En quel mois de l'année 2002 est-il le plus judicieux pour lui d'acheter ? Calculer sa dépense arrondie à l'euro.
2. **a.** Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[1~;~11]$; on en donnera un arrondi à 0,1.
   b. Quelle interprétation économique peut-on donner de ce résultat ?

Exercice 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans tout cet exercice les résultats seront arrondis à 10^{-2}.
Une étude statistique effectuée sur un produit a donné les résultats suivants où
x désigne le prix unitaire en euros,
y désigne la demande en milliers d'unités
z désigne l'offre en milliers d'unités.

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5	7	8,5
y	8,4	5,3	3,9	3,1	2,8	2,1	1,7
z	0,75	1,25	1,75	2,25	2,5	3,5	4,25

1. **a.** Vérifier que la quantité offerte z est proportionnelle au prix unitaire x.
   b. On appelle g la fonction offre ainsi définie sur $[1~;~10]$ par $z = g(x)$.
   Représenter g dans le repère orthonormal $\mathcal{R}$ (unité graphique 1 cm).
2. **a.** Représenter, dans le repère $\mathcal{R}$, le nuage de points associé à la série statistique $(x~;~y)$.

b. Donner une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (aucun calcul n'est exigé sur la copie).
Tracer D dans le repère $\mathscr{R}$.

c. à l'aide de cet ajustement, calculer le prix unitaire d'équilibre (c'est-à-dire celui pour lequel l'offre est égale à la demande). Vérifier graphiquement.

3. On se propose de determiner un autre type d'ajustement pour cette série.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

$X = \ln x$	0,41		1,25				
$Y = \ln y$	2,13						

b. On admet qu'il est justifié de considérer un ajustement affine de Y en X.
Donner une équation de la droite d'ajustement affine de Y en X.

c. En déduire que l'on a $y = \mathrm{e}^{-0,92\ln x+2,51}$ et calculer le prix unitaire d'équilibre obtenu avec ce nouvel ajustement.

Exercice 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les questions 2 et 3 sont indépendantes.
Une entreprise fabrique deux produits E et F en quantités respectives x et y exprimées en tonnes, pour lesquelles le coût de production z est donné par

$$z = x^2 + 2y^2 - 6x - 4y + 13.$$

où z est exprimé en milliers d'euros avec $x \in [0\,;\,7]$ et $y \in [0\,;\,7]$.

1. La surface représentant ce coût est donnée dans le repère de l'espace situé sur la feuille fournie en annexe qui sera rendue avec la copie.

a. Placer sur cette surface le point A d'abscisse 4 et d'ordonnée 6.

b. Donner graphiquement un encadrement d'amplitude 10 de la cote du point A.

c. Vérifier par le calcul.

2. a. Montrer que l'on a $z = (x-3)^2 + 2(y-1)^2 + 2$.

b. En déduire la production pour laquelle ce coût est minimal. Quel est ce coût en euros ?

c. Placer le point B correspondant à cette production sur la surface.

3. L'entreprise doit fabriquer une quantité x du produit E et une quantité y du produit F avec la contrainte $x + y = 7$.

a. Vérifier que z peut s'écrire sous la forme $z = g(x)$ avec $x \in [0\,;\,7]$ et $g(x) = 3x^2 - 30x + 83$.

b. Déterminer la valeur de x pour laquelle g admet un minimum. Quel est alors le coût de production en euros ?

c. Placer le point C correspondant à cette production sur la surface.

Problème **9 points**
Commun à tous les candidats

On appelle courbe de Lorenz la représentation graphique d'une fonction L vérifiant les conditions suivantes
• L est définie sur $[0\,;\,1]$;

- L est croissante sur $[0\,;\,1]$;
- $L(0) = 0$ et $L(1) = 1$;
- pour tout x de $[0\,;\,1]$, $L(x) \leqslant x$.

Partie A : les parties I et II sont indépendantes.

Le but de la **partie A** est de vérifier que les fonctions f et g considérées satisfont aux conditions énoncées ci-dessus.
I. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par

$$f(x) = \frac{3}{2}x + \frac{1}{x+1} - 1.$$

1. Déterminer la dérivée de f et dresser le tableau de variation de f sur $[0\,;\,1]$.
2. Déterminer le signe de $x - f(x)$ sur $[0\,;\,1]$.
3. Conclure.

II.

1. Soit g la fonction définie sur $[0\,;\,1]$ par

$$g(x) = \mathrm{e}^{x} - (\mathrm{e}-2)x - 1.$$

   a. Calculer $g'(x)$. En déduire le sens de variation de g sur $[0\,;\,1]$.

   b. Calculer $g(0)$ et $g(1)$.

2. Soit h la fonction définie sur $[0\,;\,1]$ par

$$h(x) = -\mathrm{e}^{x} + (\mathrm{e}-1)x + 1.$$

   a. Le tableau suivant donne le signe de la dérivée de h (que l'on ne demande pas de calculer).

x	0		$\ln(\mathrm{e}-1)$		1
Signe de $h'(x)$		$+$	0	$-$	

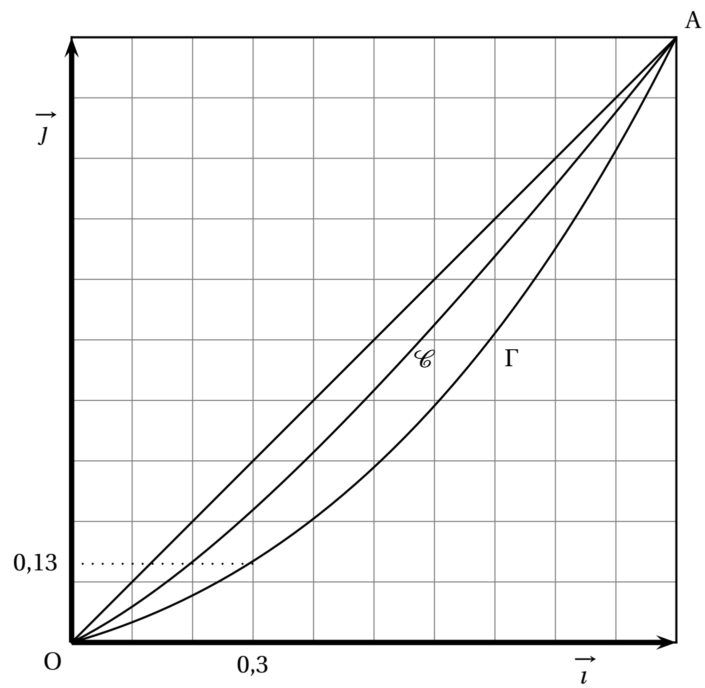
   Dresser le tableau de variations de h ; on précisera l'arrondi à 0,1 de $h[\ln(\mathrm{e}-1)]$.

   b. Vérifier que pour tout x de $[0\,;\,1]$, on a : $h(x) = x - g(x)$.
   À l'aide de **II. 2. a.**, montrer que pour tout x de $[0\,;\,1]$, on a : $g(x) \leqslant x$.

3. Conclure.

Partie B

Sur le graphique ci-dessous sont tracées les courbes représentatives respectives $\mathscr{C}$ et Γ des fonctions f et g et le segment [OA] où A est le point de coordonnées $(1\,;\,1)$.



1. On suppose que la courbe de Lorenz Γ illustre la répartition des surfaces des exploitations agricoles d'un pays G.

En abscisse, x représente le pourcentage du nombre des exploitations les plus petites par rapport au nombre total des exploitations du pays.

En ordonnée, $g(x)$ représente le pourcentage total des superficies de ces exploitations.

Par exemple, comme l'arrondi de $g(0,3)$ à 10^{-2} est 0,13 on dit que 30 % des exploitations les plus petites représentent au total 13 % de la superficie des exploitations du pays G.

Donner la valeur arrondie à 0,01 de $g(0,5)$. Interpréter ce résultat.

2. On appelle coefficient de Gini pour le pays G, le nombre $2\mathscr{A}$ où $\mathscr{A}$ est l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par le segment [OA] et la courbe Γ. On le note γ_G.

- **a.** Exprimer cette aire $\mathscr{A}$ à l'aide d'une intégrale. Déterminer la valeur exacte de cette aire.
- **b.** Donner la valeur arrondie à 0,01 de γ_G.

3. La représentation graphique $\mathscr{C}$ de f est la courbe de Lorenz pour un pays F.

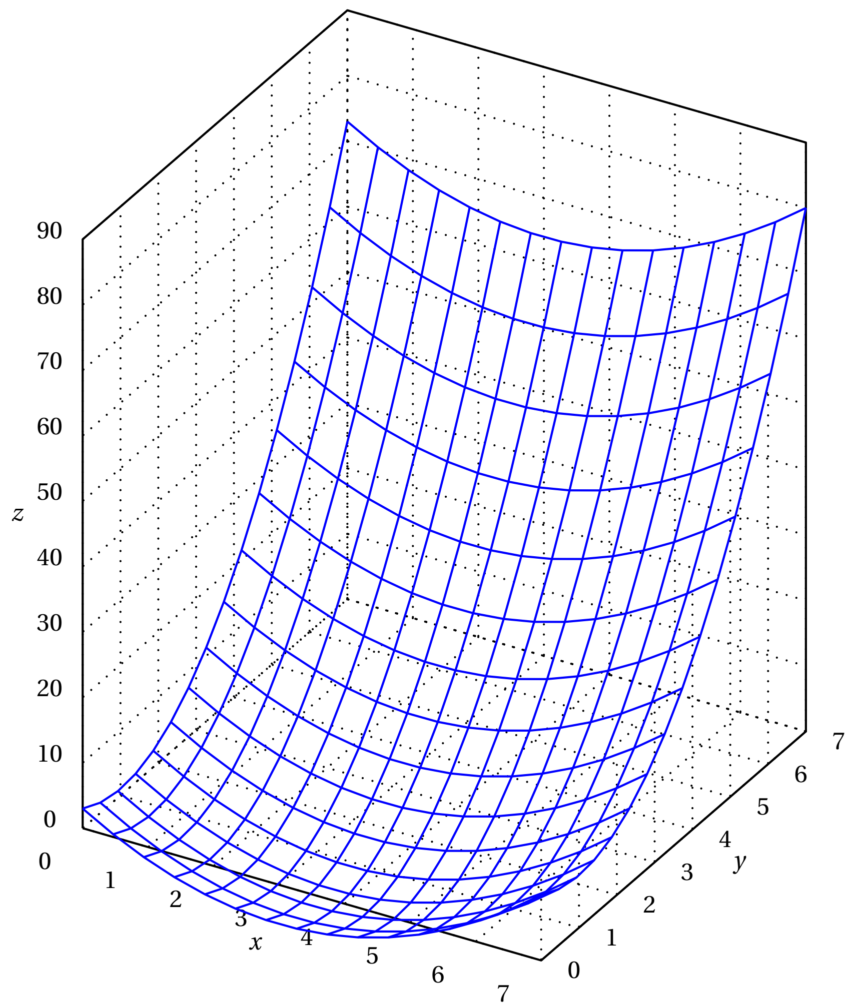
Calculer γ_F le coefficient de Gini pour le pays F.

En donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie à 0,01.

4. Plus le coefficient de Gini est petit, plus la répartition des exploitations est égalitaire.

- **a.** Quel est le pays pour lequel la répartition est la plus égalitaire ?
- **b.** Le graphique permettait-il de prévoir ce résultat ? Pourquoi ?

Annexe à rendre avec la copie
Enseignement de spécialité



Baccalauréat ES (obligatoire) Polynésie septembre 2003

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

Le tableau suivant donne le taux de prélèvement obligatoire en France exprimé en points de PIB (produit intérieur brut).

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Taux t_i	42,7	42,9	43,4	43,7	44,8	44,9	44,9	45,7	44,7	44,2

Source budget

Le nuage de points associe à la série $(x_i\ ;\ t_i)$ présentant des écarts à peu près réguliers de part et d'autre de la droite d'ajustement, on effectue un lissage par la méthode des moyennes mobiles d'ordre 3 en remplaçant le taux t_i par la moyenne $z_i = \dfrac{t_{i-1} + t_i + t_{i+1}}{3}$. Par exemple : $z_1 = \dfrac{z_0 + z_1 + z_2}{3} = 43$.

1. Compléter après l'avoir reproduit le tableau suivant (les valeurs seront arrondies à 0,1) et compléter le nuage de points sur la figure donnée en annexe.

Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Moyenne z_i	43	43,3		44,5			45,1	44,9

2. Écrire une équation de la droite d'ajustement affine D de z en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 0,01). Tracer D sur la figure fournie en annexe.

Partie B

L'allure du nuage permet d'envisager un autre ajustement correspondant à la parabole $\mathscr{P}$ d'équation

$$y = -0,065x^2 + 0,91x + 42.$$

1. Tracer la parabole $\mathscr{P}$ sur la figure fournie en annexe en utilisant le tableau suivant. On prendra 45,2 comme valeur approchée de l'ordonnée du sommet de $\mathscr{P}$.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	42,8	43,6	44,1	44,6	44,9	45,1	45,2	45,1

2. On se propose d'étudier pour lequel des deux modèles on obtient le meilleur ajustement. Pour cela, on calcule les sommes des carrés des écarts entre les valeurs z_i et les valeurs données par le modèle. On appelle $S_{\mathscr{P}}$ et S_D les sommes associées respectivement à la parabole $\mathscr{P}$ et à la droite D.

a. Compléter après l'avoir reproduit le tableau suivant. Les valeurs sont données à 0,01 près.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$(z_i - y_i)^2$	0,04	0,09		0,01			0,01	0,04

b. Calculer $S_{\mathscr{P}} = \displaystyle\sum_{i=1}^{8} (z_i - y_i)^2$.

c. Pour le modèle correspondant à la droite D on donne $S_D = 0{,}8$. Quel est le modèle qui donne le meilleur ajustement ?

3. En utilisant le modèle associé à la parabole $\mathscr{P}$:

a. Calculer y_9 (valeur arrondie à 10^{-2}).

b. Cette valeur étant une estimation de la moyenne mobile z_9, en déduire une estimation t_{10} du taux de prélèvement obligatoire en 2002.

EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

La D.G. XXIV de la Commission Européenne, dans son rapport du 8 juillet 1999, détaille ainsi l'évaluation du test W pour le diagnostic de I'ESB (Encéphalopathie Spongiforme Bovine) :
• la proportion des réactions POSITIVES au test effectué sur des tissus nerveux provenant d'animaux infectés est égale A 70 % ;
• la proportion des réactions NéGATIVES au test effectué sur des tissus nerveux provenant d'animaux non infectés est égale à 90 %.
On envisage un dépistage dans un cheptel bovin. On choisit dans le cheptel un animal au hasard.
On désigne par M l'évènement « l'animal est malade » et par T l'évènement « le test est positif ».

Partie A

On estime à 0,07 la fréquence d'animaux malades dans le cheptel.

1. Construire un arbre pondéré représentant cette situation et donner les valeurs manquantes.
2. En utilisant cet arbre, calculer $P(M \cap T)$ puis $P(T)$.
3. En déduire la probabilité que l'animal soit malade sachant que le test est positif. On donnera la valeur arrondie à 10^{-3}.

Partie B

On estime maintenant à x la fréquence d'animaux malades dans le cheptel.

1. Construire un arbre pondéré représentant cette situation.
2. En utilisant cet arbre, calculer $P(M \cap T)$ puis $P(T)$.
3. On note $P_T(M)$ la probabilité que l'animal soit malade sachant que le test est positif.
   Montrer que $P_T(M) = \dfrac{7x}{6x+1}$.
4. Soit f la fonction numérique de la variable x définie sur $[0\,;\,1]$ par
   $f(x) = \dfrac{7x}{6x+1}$.
   Résoudre sur $[0\,;\,1]$ l'inéquation $f(x) \geqslant 0,9$. Interpréter le résultat.

PROBLÈME — 10 points

Commun à tous les candidats

Partie A

Le tableau de variations donné ci-dessous est celui de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 2\mathrm{e}^x - x - 2.$$

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de g	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 2 - 1$	$\nearrow$	$+\infty$

1. **a.** Calculer $g(0)$.

   b. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une autre solution α appartenant à l'intervalle $[-2 ; -1]$.

   Dans la suite, on prendra $-1,6$ comme valeur arrondie de α.

2. Déterminer le signe de g sur $\mathbb{R}$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - x\mathrm{e}^{x} - \mathrm{e}^{x}.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.

   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on pourra mettre e^{2x} en facteur dans l'expression $f(x)$).

2. **a.** Calculer $f'(x)$ et montrer que f' et g ont le même signe.

   b. En déduire le sens de variations de f.

   c. Dresser le tableau de variations de f.

3. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f dans un repère orthogonal (unités graphiques : 5 cm sur l'axe des abscisses et 3 cm sur l'axe des ordonnées).

Partie C

1. Soit H la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$H(x) = \mathrm{e}^{x}(x-1).$$

   Montrer que H est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction h définie par $h(x) = x\mathrm{e}^{x}$.

2. En déduire une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f.

3. Calculer l'aire du domaine limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. On donnera la valeur exacte en unités d'aire, puis la valeur arrondie à 10^{-2} en cm^2.

Partie D

Dans une entreprise, le coût de fabrication, en centaines d'euros, de x dizaines d'objets est modélisé par la fonction C définie sur $[0 ; +\infty[$ par $C(x) = f(x)$.

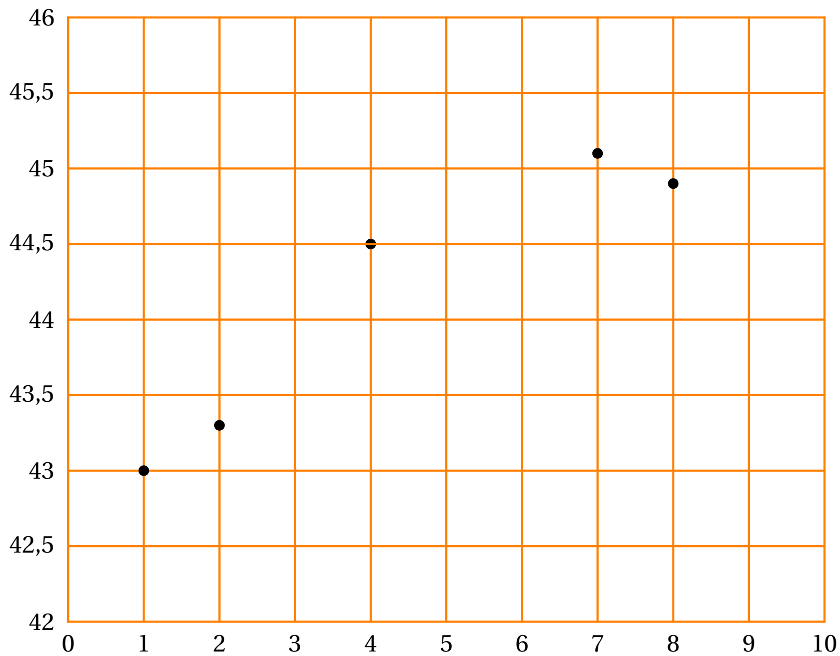
1. Calculer le coût de fabrication de 10 objets au centime d'euro près.

2. **a.** Résoudre graphiquement l'équation $C(x) = 6$.
   Donner une valeur approchée à 10^{-1} près par défaut du résultat.

   b. En déduire le nombre maximal d'objets qu'on peut fabriquer pour un coût de 600 € ?

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 1

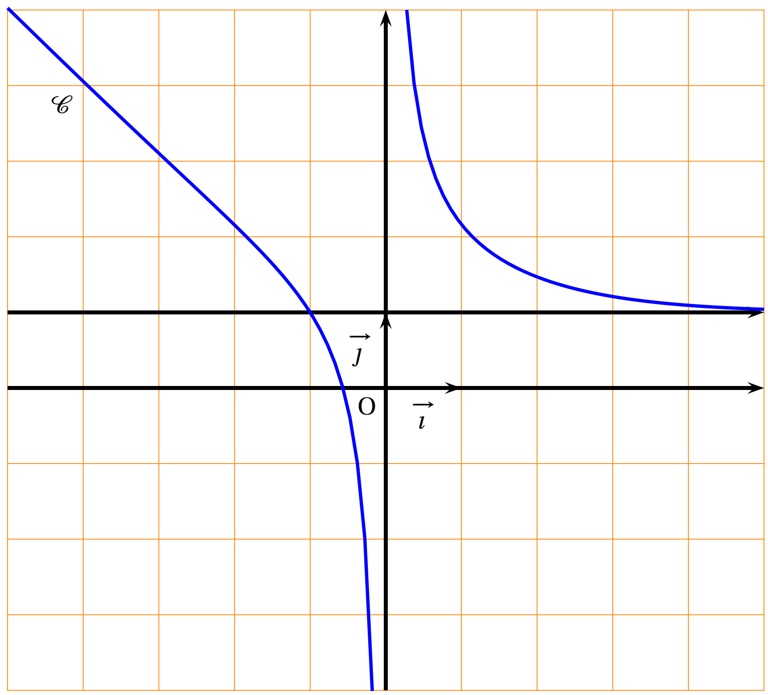


Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2003

EXERCICE 1 **5 points**

Partie A

Lecture graphique



La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessus est une représentation graphique, dans le plan muni du repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$.
L'axe des ordonnées et la droite d'équation $y = 1$ sont deux asymptotes à la courbe $\mathscr{C}$.

1. Lire les limites de la fonction f aux bornes de l'ensemble de définition.
2. Résoudre graphiquement :
   a. $f(x) = 1$;
   b. $f(x) > 1$.

Partie B

On admet que la fonction f représentée par la courbe précédente est définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$ par :

$$f(x) = \frac{\text{e}^x + x}{\text{e}^x - 1}.$$

1. a. Vérifier que l'on a : $f(x) = \dfrac{1 + \frac{x}{\text{e}^x}}{1 - \frac{1}{\text{e}^x}}$.
   b. Retrouver alors, en justifiant, $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
2. a. étudier, suivant les valeurs de x, le signe de $(\text{e}^x - 1)$.
   b. Résoudre l'inéquation $\dfrac{\text{e}^x + x}{\text{e}^x - 1} > 1$.

3. a. Démontrer que : $\lim\limits_{x \to -\infty} \left[f(x) + x\right] = 0$.

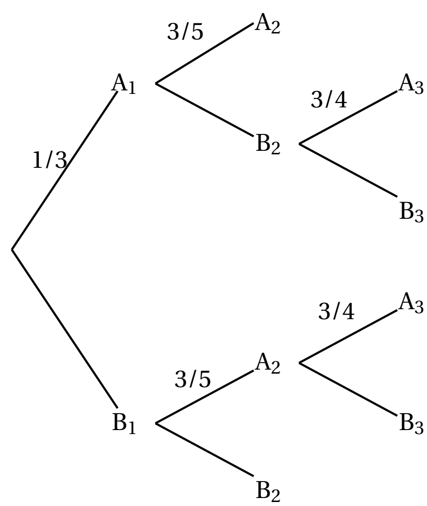
   b. Que peut-on en déduire ?

4. étudier la position de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à la droite d'équation $y = -x$.

EXERCICE 2 **5 points**

Alain et Benjamin pratiquent assidûment le tennis. Lorsqu'ils disputent un match l'un contre l'autre, est déclaré vainqueur le premier qui remporte deux manches.

Alain et Benjamin décident de faire un match.
On considère les évènements :
A_i : « Alain remporte la i-ième manche » ;
B_i : « Benjamin remporte la i-ième manche ».
On donne ci-contre l'arbre pondéré présentant toutes les issues possibles de cette rencontre.



1. Quelle est la probabilité qu'Alain remporte ce match en trois manches ?
2. Démontrer que la probabilité qu'Alain gagne cette rencontre est 0,6.

3. Ils décident de jouer trois matchs dans l'année (les résultats des matchs sont indépendants les uns des autres) et de faire une cagnotte pour s'offrir un repas en fin d'année. à la fin de chaque match, le perdant versera 20 €.
Benjamin s'interroge sur sa dépense éventuelle en fin d'année.
   a. Quelles sont les dépenses possibles de Benjamin ?
   b. Démontrer que la probabilité que Benjamin dépense 40 € est 0,432.
   c. Quelle est la loi de probabilité associée à la dépense possible de Benjamin ?
   d. Calculer l'espérance de dépense en fin d'année pour Benjamin.

EXERCICE 2 **5 points**
Enseignement de spécialité

Monsieur X a placé 2 000 € le 31 décembre 2002 sur son livret bancaire, à intérêts composés au taux annuel de 3,5 % (ce qui signifie que, chaque année, les intérêts sont ajoutés au capital et produisent à leur tour des intérêts). à partir de l'année suivante, il prévoit de placer, chaque 31 décembre, 700 € supplémentaires sur ce livret.
On désigne par C_n le capital, exprimé en euros, disponible le 1er janvier de l'année $(2003 + n)$, où n est un entier naturel. Ainsi, on a :

$$C_0 = 2000.$$

1. a. Calculer le capital disponible le 1er janvier 2004.

   b. Établir, pour tout entier naturel n, une relation entre C_{n+1} et C_n.

2. Pour tout entier naturel n, on pose :

$$u_n = C_n + 20000.$$

   a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

b. Exprimer u_n en fonction de n.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a :

$$C_n = 22\,000 \times (1,035)^n - 20\,000.$$

d. Calculer le capital disponible le 1er janvier 2008 (on arrondira le résultat à l'euro près).

3. Le premier janvier 2008, Monsieur X retirera alors le capital disponible de la banque pour financer un voyage dont le coût (supposé fixe) est de 6 000 €. Il paiera cette somme en 4 mensualités qui seront 4 termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison 800 €.

Calculer le montant de chacune de ces 4 mensualités.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $]1~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \ln\left(x^3 - x^2\right).$$

1. Justifier que, pour tout x de l'intervalle $]1~;~+\infty[$, $f(x)$ est définie.

2. Déterminer $\displaystyle\lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$, puis $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3. On note f' la fonction dérivée de f. Vérifier que, pour tout x dans l'intervalle $]1~;~+\infty[$

$$f'(x) = \frac{3x-2}{x(x-1)}.$$

Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]1~;~+\infty[$.

4. **a.** Démontrer que l'équation :

$$f(x) = 0$$

admet sur $]1~;~+\infty[$ une solution unique α. Donner la valeur arrondie de α à 10^{-1} près.

b. Démontrer que $f(x)$ est strictement positif sur $]\alpha~;~+\infty[$.

5. Dans un repère orthonormal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm, tracer la courbe Γ représentative de la fonction f sur l'intervalle $]1~;~+\infty[$.

6. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]1~;~+\infty[$ par :

$$h(x) = 2x\ln x + (x-1)\ln(x-1).$$

On note h' sa fonction dérivée.

Pour tout x de $]1~;~+\infty[$, calculer $h'(x)$.

En déduire une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]1~;~+\infty[$

Partie B

Interprétation économique

On considère une machine produisant un composé chimique liquide.

Pour qu'elle soit rentable, cette machine doit produire au moins 2 hectolitres.

De plus, le liquide produit est dangereux et impose une fabrication maximale de 9 hectolitres avant révision de la machine.
Pour tout x de $[2 ; 9]$, la valeur du coût marginal $c(x)$, exprimé en milliers d'euros, est donnée par :

$$c(x) = \ln\left(x^3 - x^2\right),$$

et $C_T(x)$ est le coût total de fabrication de x hectolitres de liquide. On rappelle que :

$$C'_T(x) = c(x).$$

où C'_T désigne la fonction dérivée de C_T.
Le coût total des deux premiers hectolitres (mise en route de la machine et fabrication) est 10 milliers d'euros, ce qui se traduit par $C_T(2) = 10$.

1. Déterminer le coût total $C_T(x)$ en fonction de x.

2. **a.** Calculer $C_T(9) - C_T(2)$. On donnera d'abord la valeur exacte, puis une valeur approchée à l'euro près.

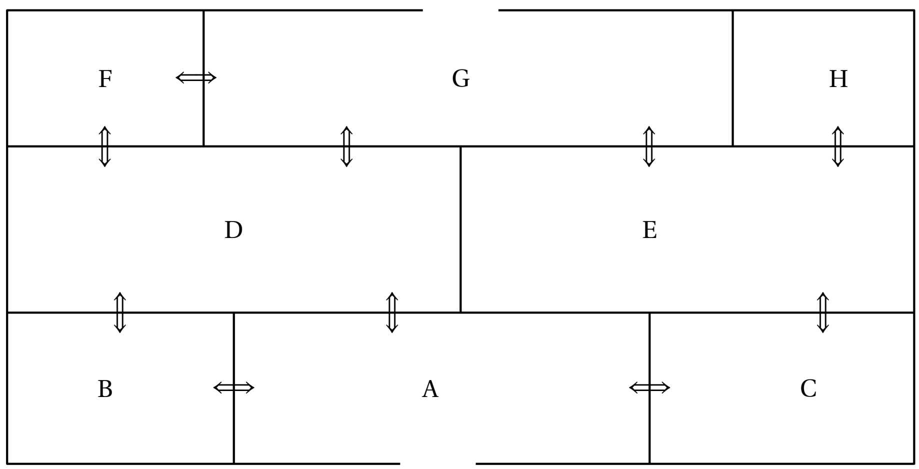
b. Donner une interprétation graphique de la question **2. a.**.

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2003

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Jimmy s'entraîne à un jeu électronique.
Il arrive à l'entrée A d'un labyrinthe virtuel, schématisé par le dessin ci-dessous, où les doubles flèches représentent des portes s'ouvrant dans les deux sens :



Son parcours est régi par les règles suivantes :
• Il passe au hasard d'une salle à une autre, chaque porte possible étant équiprobable.
• Dès qu'il franchit une porte, elle se referme derrière lui, l'empêchant ainsi de la franchir à nouveau.
• La sortie est G. Il gagne la partie dès qu'il arrive en G.
• S'il franchit trois portes, l'entrée en A et la sortie en G non comprises, toutes les portes se ferment et la partie est terminée.

1. Jimmy décide de jouer une partie.
   - **a.** Construire l'arbre pondéré des différents trajets possibles.
   - **b.** Montrer que la probabilité du trajet ABDF est de $\frac{1}{9}$.
   - **c.** Montrer que la probabilité que Jimmy gagne est de $\frac{1}{2}$.
2. Jimmy joue trois fois de suite. Les trois parties successives sont indépendantes.
   - **a.** Calculer la probabilité qu'il gagne une partie et une seule.
   - **b.** Calculer la probabilité qu'il gagne au moins une partie.

EXERCICE 2 **4 points**

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

La courbe donnée ci-dessous représente une fonction F définie sur $]0\,;\,+\infty[$. On note F' la fonction dérivée de F.

1. **a.** Par lecture graphique, donner les valeurs de : $F(1)$, $F'(1)$, $F(4)$.
   b. La tangente à la courbe au point $A(4\,;\,4\ln 4-4)$ passe par le point $B(0\,;\,-4)$.
   Déterminer par lecture graphique la valeur de son coefficient directeur.
   En déduire $F'(4)$.

c. On note f la fonction dont F est une primitive. Donner la valeur de : $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

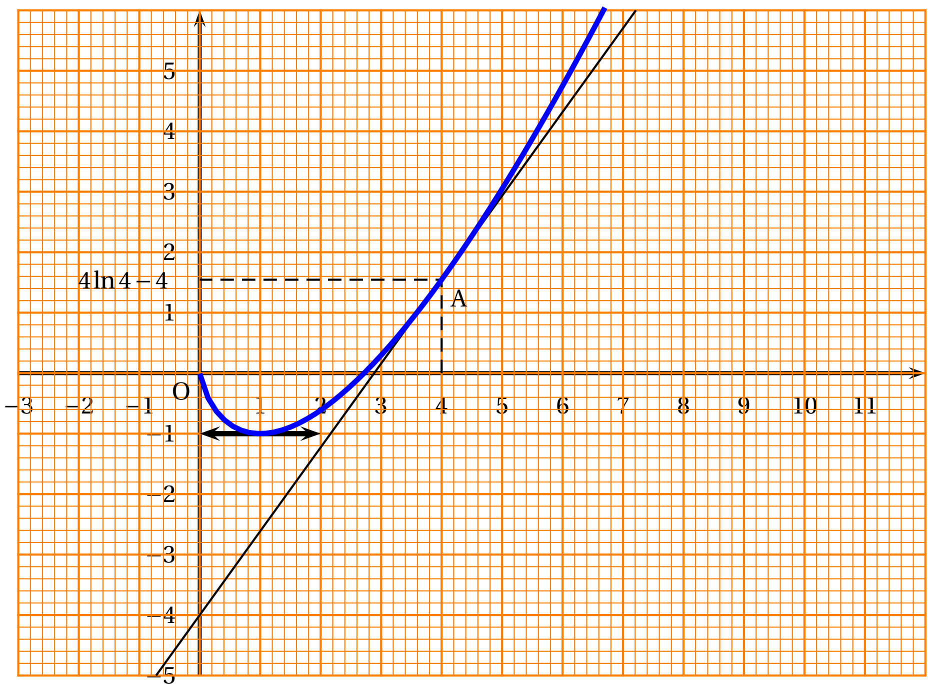
2. On donne : $F(x) = x\ln(x) - x$ pour $x > 0$. On appelle a le nombre strictement positif tel que $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}t = 1$.

a. Exprimer $F(a)$ en fonction de a.

b. Calculer la valeur exacte de a et une valeur approchée de a à 10^{-3} près.

c. Calculer l'expression de $F'(x)$ pour $x > 0$.

d. Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentant F au point d'abscisse a.



T.S.V.P.

EXERCICE 2 **4 points**

Candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

Un magasin de logiciels de jeux décide de lancer la commercialisation d'un nouveau produit.
Pour cela, il planifie sur trois ans ses objectifs trimestriels de prix de vente en se basant sur la loi de l'offre et de la demande.
n étant un entier naturel, on désigne par v_n l'indice du prix de vente lors du n-ième trimestre. L'indice de départ est noté v_0. On a : $v_0 = 100$ et $v_{n+1} = \frac{4}{5}v_n + 28$.

1. On pose : $u_n = v_n - 140$.

a. Montrer que (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{4}{5}$ de premier terme (-40).

b. Exprimer u_n en fonction de n, puis v_n en fonction de n.

2. On désigne par d_n l'indice de la demande lors du n-ième trimestre.
Sachant que : $d_n = \frac{750}{7} - \frac{5}{7}v_n$, calculer d_0 et exprimer d_n en fonction de n.

3. Calculer les valeurs des deux indices au bout des trois ans.

PROBLÈME **11 points**

Partie A : Fonction offre

Dans un magasin, pour le marché d'un produit audiovisuel, l'offre hebdomadaire, exprimée en dizaines d'articles de ce produit, est définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{e^{ax} - 1}{4}$$

où a est un nombre réel positif et où x représente le prix de vente unitaire de ce produit exprimé en centaines d'euros.

1. Sachant qu'un prix de vente unitaire de 400 € (qui se traduit par $x = 4$) correspond à une offre de 745 dizaines d'articles, déterminer la valeur exacte de a. Dans la suite du problème, on prendra : $a = 2$.

2. étude de la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{4}$.

a. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b. Calculer l'expression de $f'(x)$, où f' désigne la dérivée de f en déduire le sens de variations de f sur $[0 ; +\infty[$.

c. Tracer la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de f (unités graphiques : 5 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées)

Partie B : Fonction demande

Dans ce même magasin pour le même article la demande hebdomadaire, exprimée en dizaines d'articles, est donnée en fonction du prix unitaire x, exprimé en centaines d'euros par une fonction g définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{12}{e^{2x} + 1}$$

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$.

2. Calculer l'expression de $g'(x)$, où g' désigne la dérivée de g ; en déduire le sens de variations de g sur $[0 ; +\infty[$.

3. Tracer la courbe $\mathscr{C}_g$, représentative de g sur le même graphique que $\mathscr{C}_f$.

Partie C : Prix d'équilibre

On note $(p,\ q)$ les coordonnées du point d'intersection des deux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

1. Par lecture graphique, donner un encadrement de p à 10^{-1} près.
2. Par le calcul, on résolvant l'équation $f(p) = g(p)$, vérifier que : $p = \dfrac{\ln 7}{2}$.
3. Calculer la valeur exacte de q.
4. Le nombre p correspond, selon la loi de l'offre et de la demande, au prix d'équilibre. Donner ce prix d'équilibre en euro au centime près par excès ainsi que le nombre d'articles offerts assurant l'équilibre du marché.

Partie D : équilibre, offre et demande

On considère $\mathrm{R}_1 = pq - \displaystyle\int_0^p f(x)\,\mathrm{d}x \quad$ et $\mathrm{R}_2 = \displaystyle\int_0^p g(x)\,\mathrm{d}x - pq$.

1. Calculer la valeur exacte de R_1.
2. Soit la fonction G définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par : $G(x) = 6\left[2x - \ln\left(\mathrm{e}^{2x} + 1\right)\right]$.
   a. Vérifier que G est une primitive de g sur $[0\ ;\ +\infty[$.
   b. Calculer R_2, et vérifier que 1,898 en est une valeur approchée.
3. Interpréter économiquement les quantités pq, R_1 et R_2.

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie avril 2004

EXERCICE 1 **5 points**

Dans cet exercice, tous les résultats seront donnés, si besoin, à 10^{-3} près.

Dans un centre de vacances, on propose aux touristes deux activités sportives : le golf et le tennis. Sur les 240 personnes du centre, 126 font du tennis, 72 font du golf et les autres ne font pas de sport. Parmi les golfeurs, 30 pratiquent aussi le tennis.

1. On interroge une personne prise au hasard. Calculer les probabilités d'avoir choisi :
   a. une personne faisant du golf.
   b. une personne faisant un seul des deux sports.
2. On interroge une personne prise au hasard et on constate qu'elle fait du golf. Calculer la probabilité qu'elle fasse aussi du tennis.
3. On sait que $2/3$ des touristes qui font du golf ont moins de 40 ans et que $62,5\,\%$ des touristes qui ne font pas de golf ont 40 ans et plus.
   a. On interroge une personne prise au hasard. Calculer la probabilité qu'elle ait moins de 40 ans.
   b. On interroge une personne de moins de 40 ans. Calculer la probabilité qu'elle fasse du golf.
4. On considère un groupe important de touristes pour lesquels la probabilité qu'une personne joue au golf est de $0,3$. On interroge trois personnes de ce groupe prises au hasard et on suppose que ces trois personnes sont choisies indépendamment les unes des autres.

   Calculer la probabilité qu'une seule des trois personnes fasse du golf.

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Dans cet exercice, les détails des calculs statistiques ne sont pas demandés.
Le graphique demandé sera fait sur la feuille de papier millimétré qui est fournie.

Chaque année, au mois de septembre, un château ouvre ses jardins au public pendant un week-end. Le tableau suivant donne l'évolution du nombre des visiteurs de 1995 à 2002.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre y_i de visiteurs	733	910	1 053	1 350	1 619	2 154	2 440	3 112

1. Le plan est rapporté à un repère orthogonal. Sur l'axe des abscisses, 2 cm représentent une année. Sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 200 visiteurs.

   Représenter, sur une feuille de papier millimétré, le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
2. En première approximation, on ajuste le nuage par la droite $\mathcal{D}$ passant par les points associés aux années 1996 et 2001.
   a. Construire la droite $\mathcal{D}$ sur le graphique précédent.
   b. Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathcal{D}$.
   c. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre de visiteurs pour l'année 2003.
3. L'allure du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel. On pose $z_i = \ln\left(y_i\right)$.

a. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à 10^{-3} près.

Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
$z_i = \ln(y_i)$	6,597	6,813						

b. Donner l'équation réduite de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 10^{-3} près.

c. En déduire un ajustement exponentiel de la forme $y = \alpha \mathrm{e}^{\beta x}$.

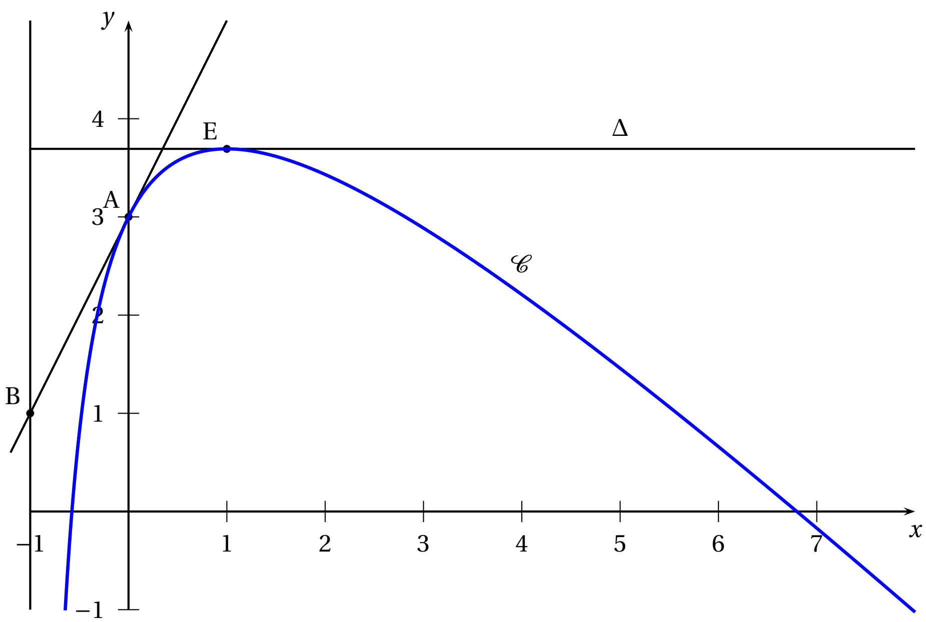
d. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre de visiteurs pour l'année 2003. Le résultat sera arrondi à l'entier près.

4. Lequel de ces deux ajustements (celui de la **question 2.** ou celui de la **question 3.** semble le meilleur ?

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Le plan est rapporté à un repère orthonormal.
Sur la figure ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}$ représente une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$.
On a construit les points A$(0\,;3)$, B$(-1\ ;\ 1)$ et E$(1\ ;\ 3+\ln 2)$. La droite (AB) est tangente en A à la courbe et la droite Δ est tangente en E à la courbe $\mathscr{C}$.



1. À partir des informations ci-dessus, donner :

a. une équation de la droite (AB).

b. les valeurs des nombres réels $f(0)$, $f'(0)$, $f(1)$ et $f'(1)$.

c. le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$.

d. le tableau des variations de f.

2. On admet que la fonction f est définie sur $]-1\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = ax + 5 + \frac{b}{x+1} + \ln(x+1),$$

où a et b sont des nombres réels. Calculer les nombres a et b à partir de $f(0)$ et $f(1)$.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur $]-1\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{-x^2+4x+3}{x+1} + \ln(x+1).$$

1. Déterminer la limite de f en -1.
En donner une interprétation graphique.

2. **a.** Montrer que $f'(x) = \dfrac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$.

c. Le résultat est-il cohérent avec le tableau donné dans la **partie A** à la question **1. d.** ?

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $[0\,;\,+\infty[$. Donner une valeur approchée de cette solution à 10^{-3} près.

4. **a.** Dire pourquoi $\left(5 - x - \dfrac{2}{x+1} + \ln(x+1)\right)$ est une autre écriture de $f(x)$.

b. Calculer la dérivée de la fonction g définie sur $]-1\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = (x+1)\ln(x+1) - x.$$

En déduire une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$.

c. Calculer $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$. En donner une interprétation graphique.

Baccalauréat ES Pondichéry avril 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Chaque question comporte trois affirmations repérées par les lettres a, b *et* c.
Le candidat doit indiquer pour chacune d'elles si elle et vraie ou fausse sans justification.
À chaque question est affecté un certain nombre de points. Pour chaque question, une réponse exacte rapporte le nombre de points affecté, une réponse inexacte enlève la moitié du nombre de points affecté.
Le candidat peut décider de ne pas répondre à certaines de ces questions ; elles ne rapportent aucun point et n'en enlèvent aucun.
Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.
Les réponses seront transcrites dans le tableau fourni en annexe.

1. Soit f la fonction définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 2\ln x - 3x + 5.$$

Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

a. $y = -x + 1$

b. $y = 2x - 3$

c. $y = -x + 3$

2. On considère une fonction g dont le tableau de variations est donné ci-dessous. On pose $h = \ln g$.

x	5		7
Variation			1
		$\nearrow$	
de g	-3		

a. h n'est pas définie sur $[5~;~7]$

b. h est strictement décroissante sur $[5~;~7]$

c. h est strictement croissante sur $[5~;~7]$

3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $x\ln(0,3) - 1 \leqslant 0$ est :

a. $\left]-\infty~;~\dfrac{1}{\ln(0,3)}\right]$

b. $\left[\dfrac{1}{\ln(0,3)}~;~+\infty\right[$

c. $\left]0~;~\dfrac{1}{\ln(0,3)}\right[$

4. u est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = \dfrac{x+1}{x^2+2x+3}$.
Une primitive U de u sur $\mathbb{R}$ est définie par :

a. $U(x) = \ln\left(x^2 + 2x + 3\right)$

b. $U(x) = 2\ln\left(x^2 + 2x + 3\right)$

c. $U(x) = \dfrac{1}{2}\ln\left(x^2+2x+3\right)+4.$

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans une académie, les élèves candidats au baccalauréat série ES se répartissent en 2003 selon les trois enseignements de spécialité : mathématiques, sciences économiques et sociales et langue vivante.

Nous savons de plus que :

37 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques ;

25 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécalité langue vivante ;

21 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques et ont obtenu le baccalauréat ;

32,5 % des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales et ont obtenu le baccalauréat.

De plus, parmi les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité langue vivante, 72,5 % ont obtenu le baccalauréat.

On interroge un candidat pris au hasard.

On note :

M l'évènement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques » ;

S l'évènement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales » ;

L l'évènement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité langue vivante » ;

R l'évènement « le candidat a obtenu le baccalauréat ».

On pourra faire un arbre pour faciliter la réponse aux questions. Les résultats demandés seront arrondis au millième près.

1. Traduire en termes de probabilités et en utilisant les notations indiquées les informations numériques données ci-dessus.
2. **a.** Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales.

   b. Déterminer la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait réussi aux épreuves du baccalauréat.
3. Quelle est la probabilité pour que ce candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait échoué au baccalauréat ?
4. Ce candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques.

   Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas obtenu le baccalauréat ?
5. Montrer que le pourcentage de réussite au baccalauréat pour les candidats de ES dans cette académie est 71,6 %.
6. On interroge successivement au hasard et de façon indépendante trois candidats.

   Quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux soit reçu ?

EXERCICE 3 **7 points**

Commun à tous les candidats

1. On considère la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}+3$$

   où a et b sont deux réels que l'on se propose de déterminer.

On sait que f admet un maximum au point d'abscisse 4 et que le point A(0 ; 2) appartient à la courbe $\mathcal{C}$ représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 2 cm en abscisses et 5 cm en ordonnées.

a. Soit f' la fonction dérivée de f. Déterminer $f'(x)$ pour x appartenant à $[0 ; +\infty[$.

b. Montrer que $a = 1$ et $b = -1$.

2. étude de la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = (x-1)\text{e}^{-\frac{x}{3}} + 3.$$

a. Déterminer la limite de f en $+\infty$. En déduire l'existence d'une asymptote Δ â la courbe $\mathcal{C}$ en $+\infty$. étudier la position de $\mathcal{C}$ par rapport à Δ.

b. Étudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variations.

3. **a.** Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$									

On arrondira les valeurs au centième.

b. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ et la droite Δ.

4. *Étude économique*

Les dépenses de téléphone, en milliers d'euros, de la société TOUPACHER sont consignées dans le tableau suivant : x_i désigne le rang de l'année et y_i désigne la dépense.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	1,97	3,02	3,49	3,71	3,80	3,76	3,65	3,55	3,50

On recherche une fonction qui rende compte relativement correctement du phénomène.

On dira qu'une fonction f est acceptable si pour chaque valeur x, on a :

$$\left|f(x_i) - y_i\right| \leqslant 10^{-1}.$$

a. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i,\ y_i\right)$ dans le repère précédent.

b. Montrer que la fonction f est acceptable.

c. Le responsable financier affirme que « si l'évolution des dépenses se poursuit selon ce modèle, on pourrait espérer retrouver une facture de téléphone inférieure à 3000 euros ».

Êtes-vous d'accord avec cette affirmation ? Justifier.

EXERCICE 4 **4 points**

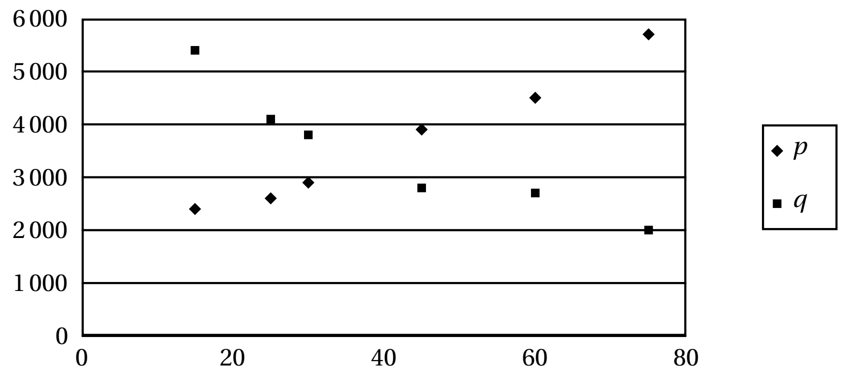
Commun à tous les candidats

Un éditeur spécialisé en ouvrages d'art diffuse sur une année 22 000 livres dont les prix varient de 15 à 75 euros.

On désigne par x le prix d'un livre, par p le nombre de livres **disponibles** et par q le nombre de livres **demandés**. Les résultats figurent dans le tableau ci-dessous :

x	15	25	30	45	60	75
p	2 400	2 600	2 900	3 900	4 500	5 700
q	5 400	4 100	3 800	2 800	2 700	2 000

On a tracé ci-dessous les nuages de points $\left(x_i ; p_i\right)$ et $\left(x_i ; q_i\right)$ dans un repère orthogonal du plan :



1. On pose $y = \ln p$.

a. Recopier et compléter le tableau : les résultats seront arrondis au millième.

x	15	25	30	45	60	75
p	2 400	2 600	2 900	3 900	4 500	5 700
$y = \ln p$						

b. *Dans cette question, le détail des calculs statistiques n'est pas demandé.*

À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite $\mathcal{D}$ d'ajustement affine de y en x.

Les coefficients seront arrondis au centième.

c. En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre de livres disponibles pour un prix unitaire de 40 euros (*résultat arrondi à la centaine*).

2. On pose $z = \ln q$ et on admet l'égalité suivante $z = -0,02x + 8,73$.

En utilisant cette relation, donner une estimation du prix correspondant à une demande de 2 800 livres (*résultat arrondi à l'unité*).

3. Le prix pour lequel l'offre est égale à la demande s'appelle le prix d'équilibre ; il est noté x_0.

a. Déterminer par le calcul le prix d'équilibre, arrondi à l'unité.

b. Les calculs précédents permettaient-ils de prévoir le résultat ?

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Amérique du Nord mai 2004

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes.
à la rentrée scolaire, on fait une enquête dans une classe de sixième comprenant 25 élèves.

Partie A :

On sait que, dans cette classe, 48 % des élèves ont 11 ans, $\frac{1}{5}$ ont 13 ans et les autres ont 12 ans. Ces élèves utilisent deux types de sacs de cours : le sac à dos ou le cartable classique. 15 élèves, dont les $\frac{2}{3}$ ont 11 ans, ont acheté un cartable classique ; les autres, dont la moitié ont 12 ans, ont acheté un sac à dos.

1. Recopier le tableau suivant sur votre copie et le compléter à l'aide des données de l'énoncé :

	Sac à dos	Cartable	Total
11 ans			
12 ans			
13 ans			
Total			25

2. On interroge au hasard un élève de cette classe.
On note : S l'évènement : « l'élève a un sac à dos ».
C l'évènement : « l'élève a un cartable ».
T l'évènement : « l'élève a treize ans ».
   a. Montrer que $P(\text{S}) = 0{,}4$.
   b. Calculer $P(\text{C} \cap \text{T})$.
3. On interroge successivement et de manière indépendante trois élèves de cette classe ; quelle est la probabilité qu'exactement deux d'entre eux aient un sac à dos ?

Partie B :

À leur inscription, ces élèves doivent souscrire une assurance scolaire ; deux types de contrats annuels sont proposés. D'après des études statistiques, le contrat A dont le coût est de 20 € est choisi avec une probabilité de 0,7 et le contrat B dont le coût est de 30 € est choisi avec une probabilité de 0,3.
De plus, le collège propose une adhésion facultative au foyer coopératif, d'un montant de 15 €.
Indépendamment du contrat d'assurance choisi, 40 % des élèves prennent une carte d'adhérent du foyer.
On note : A l'évènement : « l'élève a choisi le contrat A » ;
B l'évènement : « l'élève a choisi le contrat B » ;
F l'évènement : « l'élève est adhérent du foyer ».

1. Construire l'arbre des probabilités associé à la situation décrite ci-dessus.
2. Quelle est la probabilité qu'un élève ait pris le contrat B et soit adhérent du foyer ?
3. À chaque élève pris au hasard, on associe le coût X de son inscription (assurance scolaire plus adhésion éventuelle au foyer) ;

a. Quelles sont les valeurs possibles de ce coût ?

b. Établir la loi de probabilité de ce coût et présenter le résultat dans un tableau.

c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une grande entreprise publie chaque année son chiffre d'affaires, en millions d'euros.
Le tableau ci-dessous donne les chiffres d'affaires des années 1995 à 2001.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaires y_i en millions d'euros	20,4	24,2	33,8	38,6	49	53,9	59,29

Le nuage des points M_i, associé â la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un plan rapporté à un repère orthogonal est donné en **annexe**.

1. Répondre sans justification par Vrai ou Faux aux quatre affirmations suivantes :
Les pourcentages sont arrondis au dixième.

a. Entre 1997 et 1998, le chiffre d'affaires a augmenté de $14,2\,\%$;

b. Entre 2000 et 2001, l'augmentation en pourcentage du chiffre d'affaires a été la même qu'entre 1999 et 2000 ;

c. Entre 1995 et 2001, l'augmentation annuelle moyenne, en pourcentage, du chiffre d'affaires a été d'environ $31,8\,\%$

d. On considère le nuage des points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$. Les coordonnées du point moyen de ce nuage sont (3 ; 38,6).

On cherche maintenant à faire des prévisions sur le chiffre d'affaires pour l'année 2004 en utilisant plusieurs méthodes.

2. **a.** Expliquer pourquoi le nuage de points donné en annexe montre qu'un ajustement affine peut être envisagé.

b. Tracer la droite d_1 passant par M_0 et M_6 ; par lecture graphique, déterminer une prévision n_1 du chiffre d'affaires pour l'année 2004.

c. à l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d_2, droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au centième le plus proche. En déduire une prévision n_2 du chiffre d'affaires pour l'année 2004.

3. On remarque que les valeurs du chiffre d'affaires correspondant aux années 1999, 2000 et 2001 forment une suite géométrique ; on pose donc $u_0 = 49,\ u_1 = 53,9$ et $u_2 = 59,29$.

a. Calculer la raison de cette suite.

b. Calculer la valeur de u_5 pour cette suite géométrique. Comment peut-on l'interpréter ?

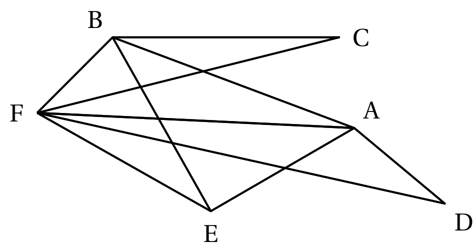
EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

On considère le graphe G_1 ci-dessous :



1. Justifier les affirmations suivantes :
   A_1. Le graphe G_1 admet au moins une chaîne eulérienne.
   A_2. La chaîne DABCFBEFAE n'est pas une chaîne eulérienne de G_1.
2. Déterminer un sous-graphe complet de G_1, ayant le plus grand ordre possible. En déduire un minorant du nombre chromatique γ de ce graphe.
3. Déterminer un majorant de ce nombre chromatique. (On justifiera la réponse).
4. En proposant une coloration du graphe G_1, déterminer son nombre chromatique.

Partie B

Soit la matrice M d'un graphe orienté G_2 dont les sommets A, B, C, D et E sont pris dans l'ordre alphabétique.

On donne $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $M^3 = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 4 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 5 & 3 & 6 \\ 5 & 7 & 4 & 3 & 6 \\ 3 & 5 & 3 & 3 & 3 \\ 6 & 6 & 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

1. Construire le graphe G_2.
2. Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 reliant B à D. Les citer toutes.

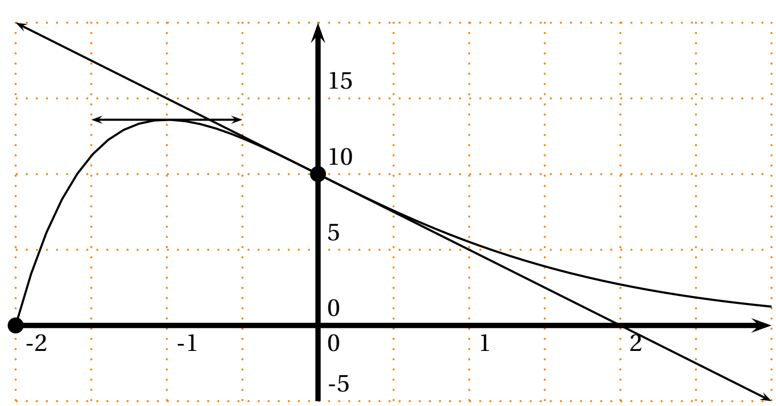
EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

La représentation graphique $(\mathscr{C})$ ci-dessous est celle d'une fonction f définie sur $[-2\ ;\ 3]$ dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On note f' la fonction dérivée de f.

La courbe $(\mathscr{C})$ vérifie les propriétés suivantes :

Les points ainsi marqués • sont à coordonnées entières et appartiennent à la courbe tracée, la tangente au point d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses, la tangente au point d'abscisse 0 coupe l'axe des abscisses en $x = 2$.



1. Donner une équation de la tangente au point d'abscisse 0.

2. Donner les variations de f
3. Une des quatre courbes ci-dessous représente graphiquement la fonction f'.
   Déterminer celle qui la représente, en justifiant l'élimination de chacune des trois autres courbes.

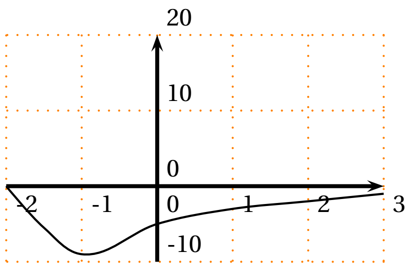


Figure 1

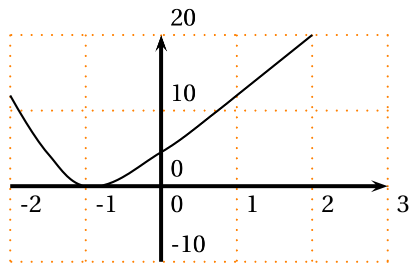


Figure 2

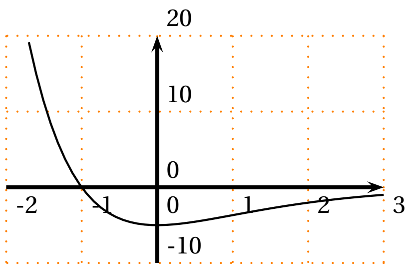


Figure 3

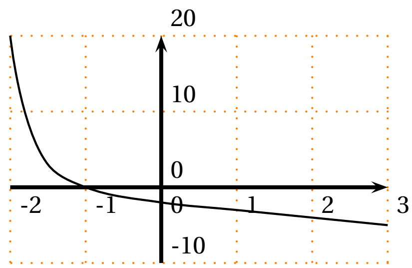


Figure 4

4. On admet que la fonction f est définie par une expression de la forme $f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{kx}$ où $a,\ b$ et k sont des nombres réels.
   a. Déterminer f' en fonction de $a,\ b$ et k.
   b. En utilisant la question précédente et les propriétés de la courbe $(\mathscr{C})$ données au début de l'exercice, calculer $a,\ b$ et k.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\mathrm{I} =]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2(1+\ln x)}{x}.$$

1. **a.** Résoudre dans I l'équation $f(x) = 0$; (Calculer la valeur exacte de la solution, puis en donner une valeur arrondie à 10^{-3}).
   b. Résoudre dans I l'inéquation $f(x) > 0$.
2. On donne ci-dessous le tableau de variations de f sur l'intervalle I.
   Justifier tous les éléments contenus dans ce tableau (variations, limites, valeurs numériques).

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	|| $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

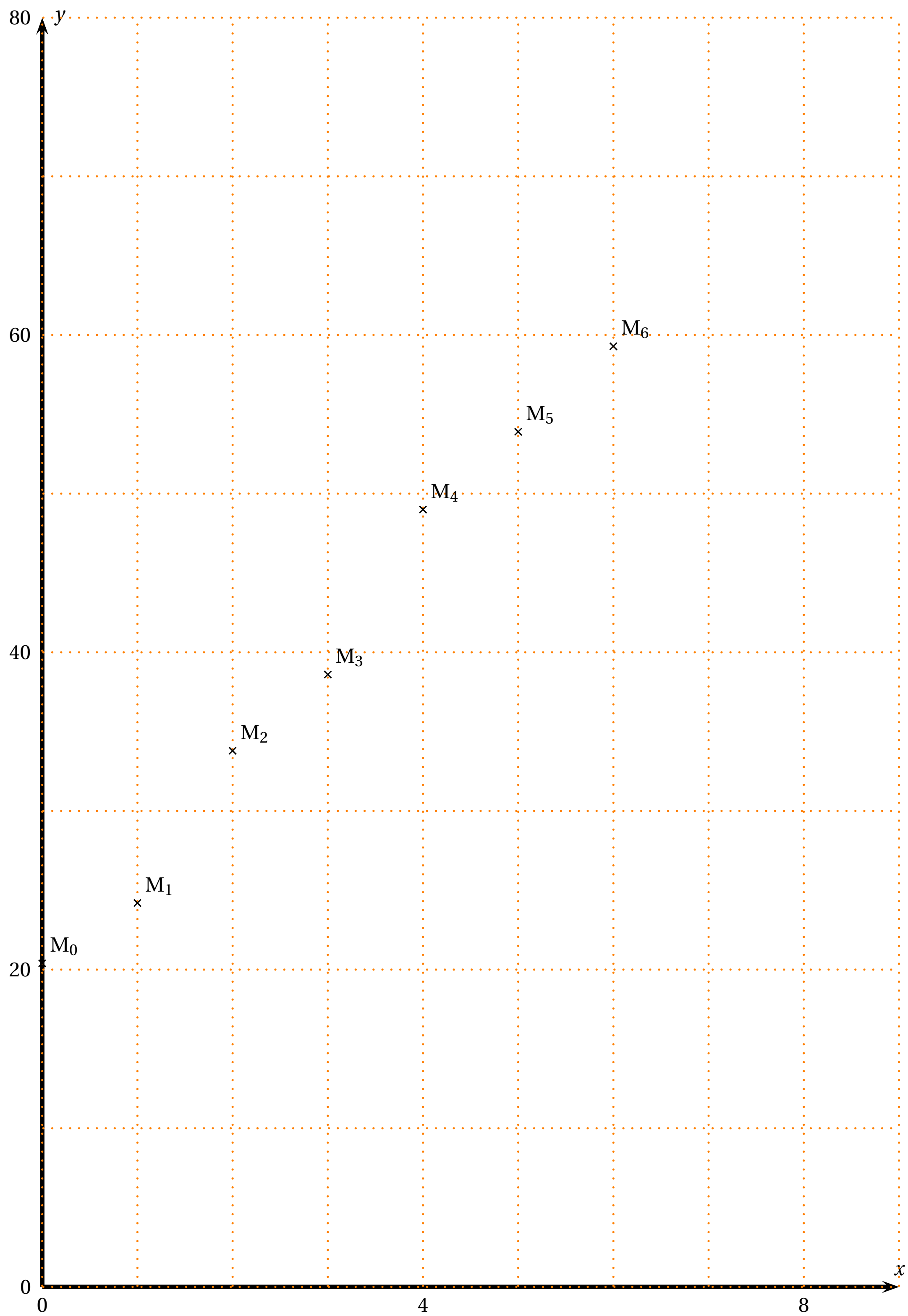
3. Dans une entreprise, on a modélisé par la fonction f sur l'intervalle $[0,2\ ;\ +\infty[$ le « bénéfice » mensuel (éventuellement négatif) réalisé en vendant x milliers d'objets fabriqués. Ce bénéfice est exprimé en milliers d'euros.

En utilisant les résultats des questions précédentes, répondre aux questions suivantes :

a. Quel nombre minimal d'objets l'entreprise doit-elle vendre mensuellement pour que le bénéfice soit positif ?

b. Combien faut-il vendre d'objets pour réaliser le bénéfice maximal ? Quel est le montant de ce bénéfice maximal ?

ANNEXE à L'EXERCICE 2 (non spécialistes)
À rendre avec la copie



MATHÉMATIQUES – SÉRIE ES

Éléments de formulaire

Probabilités

Probabilité conditionnelle de B sachant A

$P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$ est définie par $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) \times P(\mathrm{A})$.

Cas où A et B sont indépendants : $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) \times P(\mathrm{B})$.

Formule des probabilités totales

Si les évènements $\mathrm{B}_1, \mathrm{B}_2, \ldots, \mathrm{B}_n$ forment une partition de Ω alors

$$P(\mathrm{A}) = P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}_1) + P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}_2) \ldots + P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}_n).$$

Espérance mathématique

Une loi de probabilités étant donnée, son espérance mathématique est

$$\mathrm{E} = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i.$$

Analyse

Limites

$$\lim_{x \to 0} \ln x = -\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

Dérivées et primitives

Les hypothèses permettant d'utiliser les formules doivent être vérifiées par le candidat.

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Baccalauréat ES Antilles juin 2004

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Chaque question contient trois propositions repérées par les lettres A, B et C.
Le candidat doit indiquer pour chacune d'elles si elle est vraie ou faussesans justification.
À chaque question est affecté un certain nombre de points. Pour chaque question, une réponse exacte rapporte le nombre de points affecté, une réponse inexacte enlève la moitié du nombre de points affecté.
Le candidat peut décider de ne pas répondre à certaines de ces questions ; elles ne rapportent aucun point et n'en enlèvent aucun.
Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.
Les réponses seront transcrites dans le tableau fourni en annexe.

1. La figure 1. donne la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et la figure 2 celle d'une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

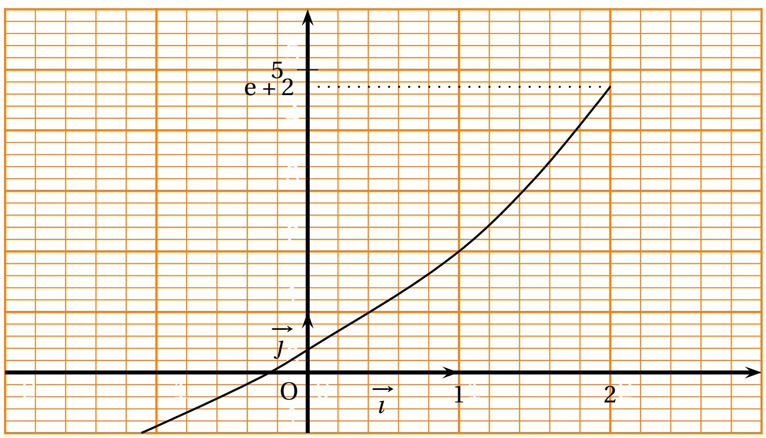


Figure 1

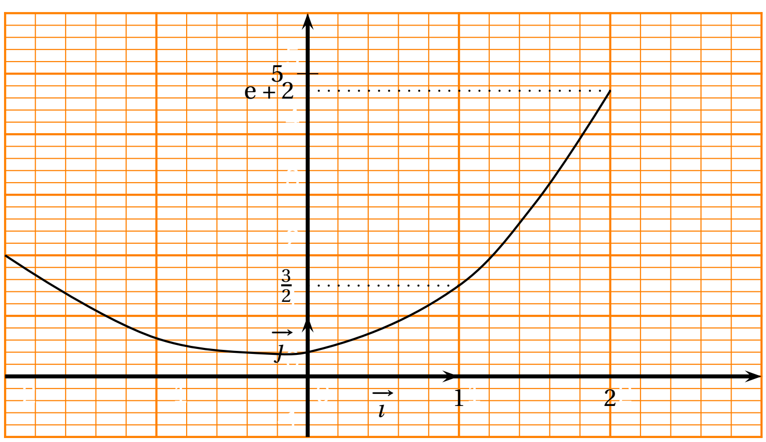


Figure 2

Quelle est l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan limitée par la représentation graphique de la fonction f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$?

Proposition A : $e + \dfrac{3}{4}$ **Proposition B :** $e + \dfrac{1}{2}$ **Proposition C :** 1

2. La fonction k définie et strictement positive sur $\mathbb{R}^+$ est connue par son tableau de variations.

x	0		1		3		$+\infty$
$k(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Quel est le tableau de variations de la fonction g définie sur $\mathbb{R}^+$ par $g(x) = \dfrac{1}{k(x)}$?

x	0		1		3		$+\infty$
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	0

x	0		1		3		$+\infty$
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

x	0		1		3		$+\infty$
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	0

3. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \text{e}^x - x + 1$.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de h dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Proposition A : La droite d'équation $y = 1$ est asymptote à $\mathscr{C}$.
Proposition B : La droite d'équation $x = 0$ est asymptote à $\mathscr{C}$.
Proposition C : La droite d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à $\mathscr{C}$.

4. En économie, le coût marginal est le coût occasionné par la production d'une unité supplémentaire, et on considère que le coût marginal est assimilé à la dérivée du coût total.

Dans une entreprise, une étude a montré que le coût marginal $C_m(q)$ exprimé en millliers d'euro en fonction du nombre q d'articles fabriqués est donné par la relation :

$$C_m(q) = 3q^2 - 10q + \frac{2}{q} + 20.$$

Quel est le coût total C_T exprimé en milliers d'euros sachant qu'il est de 10 000 euros pour $q = 1$?

Proposition A : $C_r(q) = q^3 - 5q^2 + 2\ln q + 20q + 9984.$

Proposition B : $C_r(q) = q^3 - 5q^2 + 2\ln q + 20q - 6.$

Proposition C : $C_r(q) = 6q - 10 - \dfrac{2}{q^2}.$

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère les épreuves de courses du 100 m, 200 m ou 400 m lors des meetings internationaux d'athlétisme. On s'intéresse au nombre de faux départs survenant lors de ces épreuves.

On rappelle qu'un faux départ est le démarrage d'un coureur avant le signal de départ donné par le starter, à la suite de quoi on doit donner un nouveau signal de départ.

Les statistiques des années précédentes ont permis d'établir les données suivantes

- la probabilité qu'il y ait un faux départ au premier signal est de 0,2 ;
- quand il y a eu un faux départ au premier signal, la probabilité qu'il y ait de nouveau un faux départ au deuxième signal est de 0,05 ;
- il n'y a jamais de faux départ au troisième signal.

On admet que les départs sont indépendants les uns des autres.

1. Représenter ces données par un arbre de probabilités.

   On notera

   F_1 : l'évènement : « il y a un faux départ au premier signal » ;

   F_2 : l'évènement : « il y a un faux départ au deuxième signal ».
2. Montrer que la probabilité qu'il y a ait exactement un faux départ est de 0,19.
3. Déterminer la loi de probabilités du nombre de faux départs donnés lors d'une épreuve quelconque.

   Justifier l'affirmation suivante : « dans 20 % des épreuves, il y au moins un faux départ ».
4. Lors d'un quart de finale au 200 m, on fait courir les athlètes en quatre séries indépendantes, soit quatre épreuves.

   Calculer la probabilité qu'il y ait exactement trois séries sans faux départ au premier signal lors de ce quart de finale.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On s'intéresse aux performances réalisées par des étudiants courant le 200 mètres dans les compétitions universitaires. Lors d'une compétition, le **score** d'un(e) étudiant(e) est son meilleur temps en secondes obtenu aux 200 m. Une enquête a permis d'établir le comportement général suivant, qu'on supposera valable pour les filles et les garçons dans toute la suite :

- Lors de la première compétition, le score d'un(e) étudiant(e) est toujours supérieur ou égal à 25 secondes.

- Si, lors de la n-ième compétition, l'étudiant(e) a réalisé un score strictement inférieur à 25 secondes, la probabilité qu'il (elle) réalise encore un score strictement inférieur à 25 secondes lors de la $n+1$-ième compétition est de $\dfrac{2}{5}$.
- Si, lors de la n-ième compétition, l'étudiant(e) a réalisé un score supérieur ou égal à 25 secondes, la probabilité qu'il (elle) réalise encore un score strictement inférieur à 25 secondes est $\dfrac{1}{5}$.

On représente les données précédentes par un graphe probabiliste G à deux états.
On note A tout score strictement inférieur à 25 secondes et B tout score supérieur ou égal à 25 secondes.
On note a_n la probabilité d'obtenir un score A lors de la compétition n et b_n la probabilité d'obtenir un score B lors de la compétition n.
L'état probabiliste lors de la compétition n est donc représenté par la matrice ligne $(a_n \quad b_n)$.

1. Représenter G et donner sa matrice.

2. Jamalia, jeune étudiante, se présente à sa première compétition universitaire.

  a. Calculer la probabilité qu'elle réalise un score strictement inférieur à 25 secondes aux 200 mètres lors de cette compétition.

  b. Calculer la probabilité qu'elle réalise un score strictement inférieur à 25 secondes aux 200 mètres lors de sa troisième compétition.

3. Déterminer l'état stable du graphe G.

4. Julien a déjà de nombreuses compétitions universitaires dans les jambes.
Montrer que, pour sa prochaine compétition, il a environ une chance sur quatre de réaliser un score strictement inférieur à 25 secondes aux 200 mètres.

EXERCICE 3 **6 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle I = [0 ; 5] par

$$f(x) = 9x - 15 - \mathrm{e}^{2-0,2x}.$$

1. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur I. calculer $f'(x)$ et étudier son signe sur I.
Dresser le tableau de variations de f sur I.

2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet sur I une solution unique notée α.
Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

3. La valeur moyenne d'une fonction f sur un intervalle $[a~;~b]$ est donnée par : $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.
Calculer la valeur moyenne exacte de f sur I.

Partie B

Dans une entreprise, un économiste est chargé de modéliser le coût de production exprimé en **milliers d'euro de x centaines d'objets** fabriqués.
Il obtient une fonction C définie par $C(x) = 9x + 15 + \mathrm{e}^{2-0,2x}$.
Chaque appareil est vendu 200 € mais seulement 90 % de la production est effectivement vendue.

1. Sachant que l'entreprise ne peut pas fabriquer plus de 500 appareils, à quel intervalle J doit appartenir x ?

2. **a.** Vérifier que la recette R en milliers d'euro, pour une production de x centaines d'objets, est donnée par : $R(x) = 18x$.

   b. Montrer que le bénéfice, en milliers d'euro, obtenu lors de la production de x centaines d'objets est modélisé par la fonction B définie sur J par : $B(x) = 9x - 15 - \mathrm{e}^{2-0,2x}$.

3. Déduire de la **partie A** :

   a. le nombre minimum d'appareils que l'usine doit fabriquer pour faire un bénéfice ;

   b. la valeur moyenne du bénéfice, en milliers d'euro, réalisé pour les 500 premiers appareils fabriqués (donner un résultat arrondi à l'euro).

EXERCICE 4 **4 points**

Commun à tous les candidats

Un promoteur a construit en 1980 une résidence formée de plusieurs petites maisons de vacances dont le prix de vente cette année là était de 170 000 francs par maison. En 1985 le prix de revente était de 240 000 francs, en 1992 de 320 000 francs, en 2000 de 60 980 euros, et en 2003 de 69 000 euros.
On rappelle : 1 euro = 6,559 57 francs.

1. Donner le tableau de valeurs x_i et y_i, correspondant respectivement à l'année et au prix de vente d'une maison en euros (valeurs arrondies à l'euro si nécessaire).

2. Déterminer, à la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement linéaire obtenue par la méthode des moindres carrés, donnée sous la forme $y = ax + b$, a et b étant arrondis au centième ; le détail des calculs n'est pas demandé.

   En déduire, par le calcul, une valeur approchée à l'euro près du prix de revente en 2005.

3. Soit $t\,\%$ le taux annuel moyen d'augmentation du prix de vente entre les années 1980 et 1985.

   Exprimer le prix de revente en francs de la maison en 1985 en fonction de t.

   En déduire que t est égal à $100\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{5}\ln\left(\frac{24}{17}\right)} - 1\right)$.

4. On admet qu'une valeur approchée de t obtenue à partir de la question précédente est 7,14.

   Si l'on suppose que le taux moyen annuel d'augmentation est, à partir de 1985, de $7,14\,\%$, calculer, en euro, le prix de revente en 2005.

   Comparer avec le résultat trouvé à la question **2.**

   Que pouvez-vous en déduire ?

Baccalauréat ES Asie juin 2004

EXERCICE 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le 1^er^ janvier 2003, la population d'un pays s'élevait à 30 millions d'habitants.
On estime que l'augmentation de la population pour les 15 années à venir sera de 2 % par an.

1. Calculer la population au 1^er^ janvier 2004, puis au 1^er^ janvier 2010.
   Les résultats seront donnés en millions et arrondis à 10^{-3}.
2. Quelle est l'augmentation en pourcentage, entre la population au 1^er^ janvier 2003 et la population au 1^er^ janvier 2010 ? Le résultat sera arrondi à 0,1 %.
3. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, l'inéquation :

$$1,02^x \geqslant 1,2.$$

4. Déterminer l'année à partir de laquelle la population dépassera 36 millions d'habitants.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires en millions d'euro au 31 décembre de chaque année d'une entreprise depuis sa création en 1996. L'année 1996 a le rang 0.

Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7
Chiffre d'affaires y_i	0,7	1,6	2	2,4	2,5	2,8	3	3

Par exemple, en 1999 le chiffre d'affaires a été de 2,4 millions d'euros.

1. Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ du plan (unités graphiques : 1 cm pour une année en abscisse et 2 cm pour un million d'euros en ordonnée).
2. La forme du nuage de points suggère un ajustement de la forme $y = \ln(ax+b)$, où a et b sont deux réels à déterminer.
   a. On pose $z_i = \text{e}^{y_i}$.
   Compléter le tableau suivant (les valeurs de z_i seront arrondies à 10^{-3}.)

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i	0,7	1,6	2	2,4	2,5	2,8	3	3
$z_i = \text{e}^{y_i}$	2,014							

   b. Donner l'équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les calculs seront faits à la calculatrice et les résultats donnés à 10^{-2} près.
   On ne demande aucune justification.
   c. En déduire l'expression de y en fonction de x.
   d. à l'aide de valeurs fournies par la calculatrice, tracer dans le même repère que précédemment (défini à la **question 1.**) la courbe d'équation $y = \ln(2,74x+2,17)$, pour $0 \leqslant x \leqslant 14$.
3. On suppose que l'évolution du chiffre d'affaires se poursuivra durant la prochaine décennie selon le modèle précédent. Déterminer par le calcul le chiffre d'affaires attendu pour l'année 2004 arrondi à 10^{-1} millions d'euros.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Soit f la fonction définie pour tout réel x élément de $[0\,;\,10]$ et pour tout réel y élément de $[0\,;\,12]$ par :

$$f(x\,;\,y) = 2x(y+1).$$

On donne ci-après la représentation graphique de la surface $z = f(x\,;\,y)$ dans un repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.

Pour financer un projet humanitaire, les adhérents d'une association décident de fabriquer des cartes de voeux.

Pour produire une quantité z de paquets de cartes, ils utilisent x décilitres d'encre A et y décilitres d'encre B. On admet que x, y et z sont liés par la relation

$$z = 2x(y+1),$$

où x est un nombre entier compris entre 0 et 10, et y un nombre entier compris entre 0 et 12.

Dans tout l'exercice, les quantités d'encre seront exprimées en décilitres.

Partie A

1. **a.** Combien de paquets de cartes peut-on fabriquer avec 7 décilitres d'encre A et 8 décilitres d'encre B ?

   b. Donner la quantité d'encre A, la quantité d'encre B, et le nombre de paquets de cartes associés respectivement aux points M, P et R à coordonnées entières, de la surface donnée ci-dessous.

2. Quelle est la nature de la section de la surface par le plan d'équation $x = 4$, parallèle au plan $\left(\text{O},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$? Justifier la réponse.

Partie B

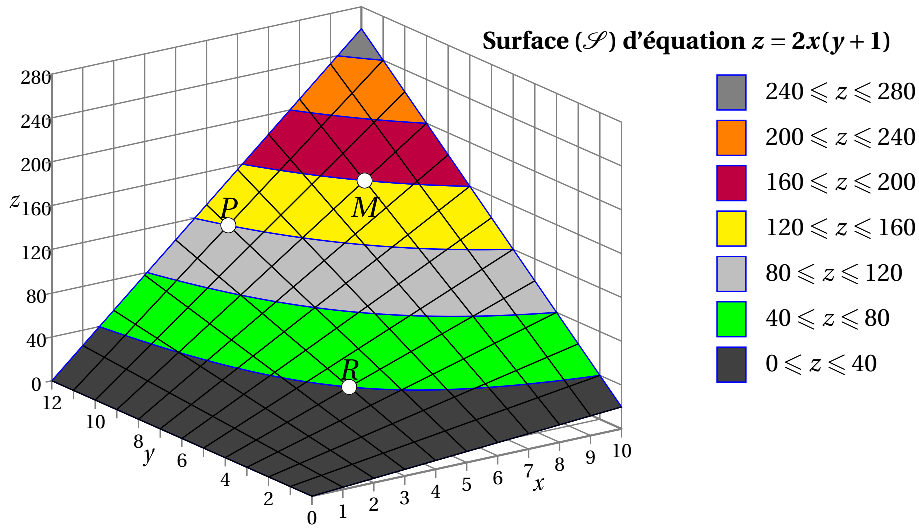
Le prix d'un décilitre d'encre A est 6 € et celui d'un décilitre d'encre B est 2 €.

L'association décide d'investir 46 € dans l'achat des encres.

1. Donner la relation entre les quantités x et y d'encres A et B achetées pour un montant de 46 €.
2. Montrer alors que $z = -6x^2 + 48x$.
3. **a.** Quelle quantité d'encre A l'association achètera-t-elle pour fabriquer le maximum de paquets de cartes ?

   b. Combien de paquets de cartes seront alors fabriqués ?

   c. Quelle quantité d'encre B sera alors utilisée ?



EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

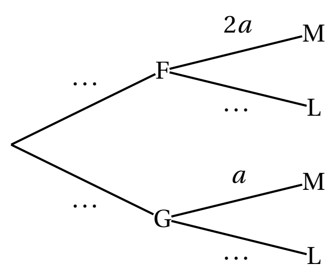
Dans un lycée, on compte 150 élèves de terminale ES dont un tiers de garçons.

- Chaque élève suit l'un des deux enseignements de spécialité : Maths ou LV1.
- 60 % des élèves suivent l'enseignement de spécialité Maths.
- La proportion de filles qui suivent l'enseignement de spécialité Maths est le double de la proportion de garçons qui suivent l'enseignement de spécialité Maths.

On note a la proportion de garçons qui suivent l'enseignement de spécialité Maths.
Dans cet exercice, les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. On interroge au hasard un élève de terminale ES. Chaque élève a donc la même probabilité d'être interrogé. On note :
   - F l'évènement : « l'élève interrogé est une fille »
   - G l'évènement : « l'élève interrogé est un garçon »
   - M l'évènement : « l'élève interrogé suit l'enseignement de spécialité Maths »
   - L l'évènement : « l'élève interrogé suit l'enseignement de spécialité LV1 ».

   a. On note $P_G(M)$ la probabilité de M sachant G. On a alors $P_G(M) = a$.
   L'arbre ci-dessous décrit la situation probabiliste de l'énoncé. Le compléter.
   Pour le deuxième niveau d'arborescence, donner les valeurs en fonction de a.



   b. Montrer que $a = \dfrac{9}{25}$.

   c. Les évènements M et G sont-ils indépendants ? Justifier.

2. On interroge au hasard, de façon indépendante, trois élèves de terminale ES.

On admet que cette expérience peut être assimilée à un tirage avec remise, et que chaque élève a la même probabilité d'être interrogé.
Quelle est la probabilité qu'au moins un des trois élèves interrogés suive l'enseignement de spécialité Maths ?

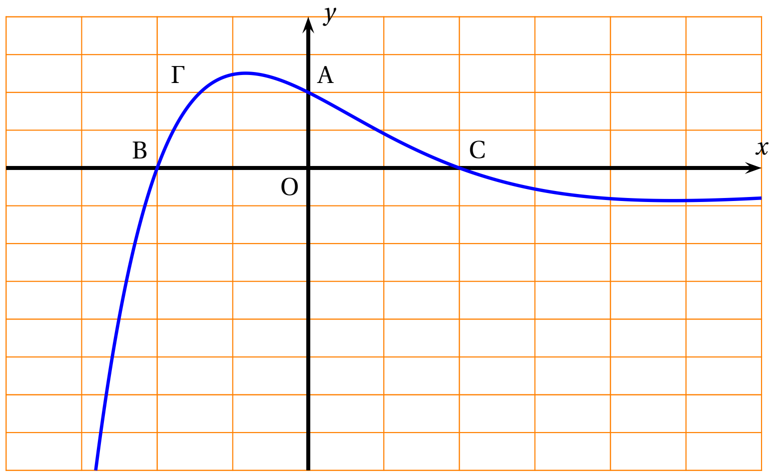
EXERCICE 4 **7 points**
Commun à tous les candidats

La courbe Γ ci-dessous est la représentation partielle donnée par la calculatrice de la fonction définie pour tout x élément de $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(1 - x^2\right)\mathrm{e}^{-x}$$

dans un repère orthogonal du plan $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. La courbe Γ coupe l'axe des ordonnées au point A et l'axe des abscisses respectivement en B et C.
Les quatre questions sont indépendantes.

1. On cherche à retrouver les unités.
   a. Calculer les coordonnées des points A, B et C.
   b. Placer $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ sur la figure ci-dessous.



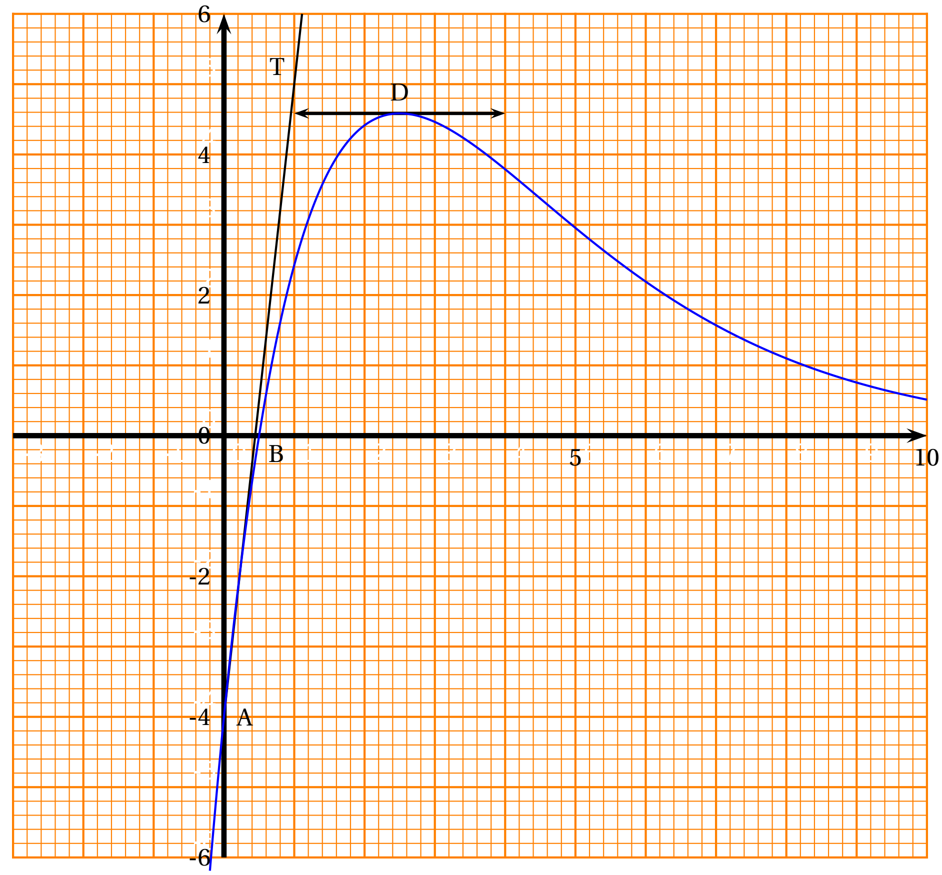
2. Étude des limites
   a. Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Justifier la réponse.
   b. On sait que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} = 0$. Développer $f(x)$ et en déduire sa limite en $+\infty$.
   Interpréter graphiquement le résultat.
3. Étude des variations
   On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$, et on note f' sa fonction dérivée.
   a. Montrer que pour tout x réel :
   $$f'(x) = (x^2 - 2x - 1)\mathrm{e}^{-x}.$$
   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f'(x) = 0$.
   (Les solutions seront arrondies à 10^{-2}.)
   Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
   c. En déduire le sens de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   Faire apparaître, sur le graphique, le ou les points de la courbe Γ en lesquels celle-ci admet une tangente horizontale.

Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2004

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $(\mathcal{C})$ donnée ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



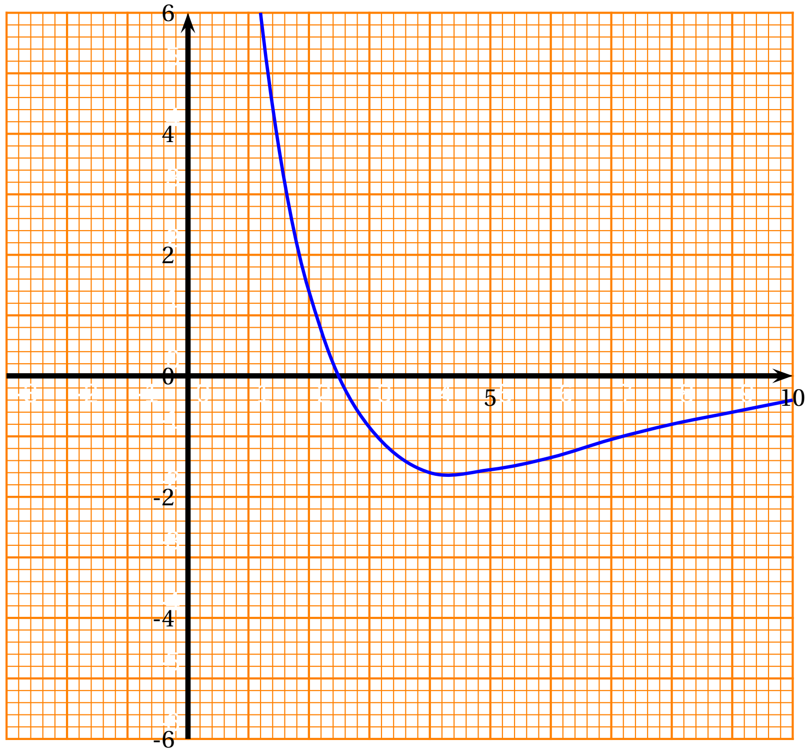
Les points A, B et D appartiennent à $(\mathcal{C})$: $A(0\,;\,-4)$; $B(0{,}5\,;\,0)$; $D\left(2{,}5\,;\,16\mathrm{e}^{-\frac{5}{4}}\right)$.
La courbe $(\mathcal{C})$ admet en D une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
On donne le point T de coordonnées$(1\,;\,5)$; la droite (AT) est tangente à $(\mathcal{C})$ en A.

1. Par lecture graphique et sans justifier :
   a. Donner les valeurs de $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(2{,}5)$.
   b. Donner les solutions dans $[0\,;\,10]$ de l'inéquation $f(x) < 0$.
   c. Donner les solutions dans $[0\,;\,10]$ de l'inéquation $f'(x) < 0$.
2. Pour chacune des affirmations ci-dessous indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier votre réponse :
   a. $f'(5) > 0$.
   b. L'équation $f(x) = 2$ admet une solution unique dans l'intervalle $[5\,;\,7]$.
   c. $1 < \displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x < 2$.

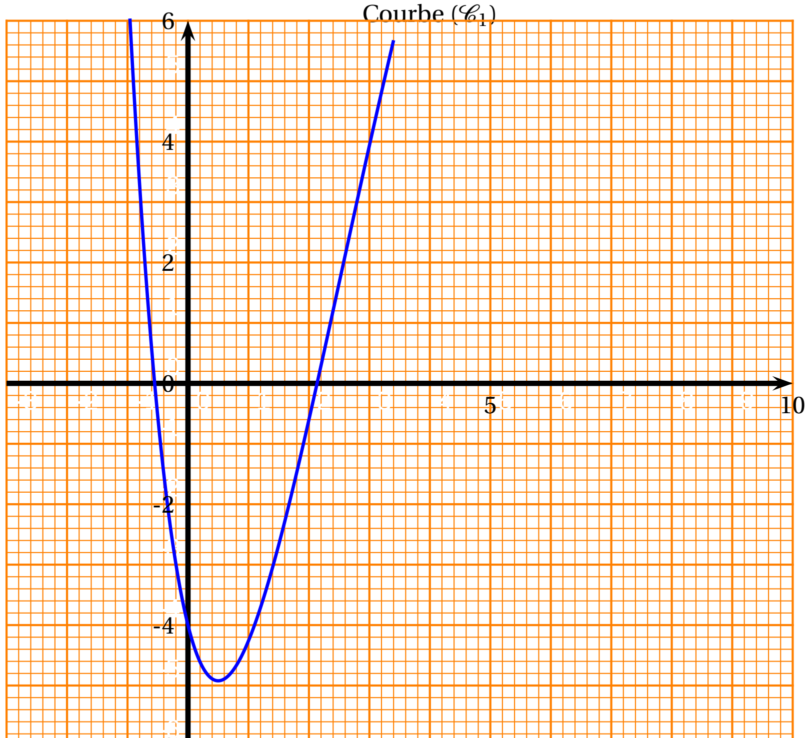
d. Toute primitive de f s'annule pour 0,5.

e. Toute primitive de f est décroissante sur $[0\,;\,2,5]$.

3. Parmi les courbes $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ données ci-dessous, l'une est la représentation graphique d'une primitive de f sur $\mathbb{R}$. Indiquer laquelle en précisant les raisons de votre choix.



Courbe $(\mathscr{C}_1)$



Courbe $(\mathscr{C}_2)$

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice on pourra s'aider d'un arbre pondéré.

Une agence de voyage propose deux durées de séjours – le week-end ou la semaine – et deux types de destinations – France ou Étranger–.
Parmi les dossiers de l'agence ou constate que :

- 60 % des séjours ont lieu en France ;
- 45 % des séjours en France durent une semaine ;
- 75 % des séjours à l'étranger durent une semaine.

On choisit un dossier au hasard et on note :

- F l'évènement : « Le séjour a lieu en France » ;
- S l'évènement : « Le séjour dure une semaine » ;
- E l'évènement contraire de F.

1. En utilisant les données de l'énoncé, trouver les probabilités des trois évènements P, S sachant F et S sachant E.
2. Quelle est la probabilité qu'un séjour dure une semaine et ait lieu en France ?
3. Montrer que la probabilité qu'un séjour dure une semaine est de 0,57.
4. En déduire la probabilité qu'un séjour d'une semaine ait lieu en France.
   On donnera le résultat exact sous la forme d'une fraction irréductible.
5. On choisit quatre dossiers au hasard et indépendamment les uns des autres et on s'intéresse au séjour choisi On admettra que le nombre de dossiers est suffisamment grand pour que le choix d'un dossier soit assimilé à un tirage avec remise.
   Quelle est la probabilité qu'aucun des séjours ne dure une semaine ?
   On donnera la valeur décimale arrondie à 10^{-3}.

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Toutes les réponses à cet exercice seront données sur la feuille annexe ; aucune justification n'est nécessaire. La feuille annexe sera rendue avec la copie.
De 1994 à 2001, une entreprise a établi la statistique de sa production annuelle.
Les années sont numérotées de 0 à 7.
On choisit la base 100 en 1994 pour établir les indices de production.

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
x	0	1	2	3	4	5	6	7
Production P (à l'unité près)	17 525	18 927	21 731	…	28 741	32 947	…	45 565
Indice y (à l'unité près)	100	108	124	140	164	188	224	260
$Y = 0,5 \times \ln y$	…	…	…	…	…	…	…	…

1. Déterminer les valeurs manquantes. **On les recopiera sur le tableau donné sur la feuille annexe.**
   On appelle Δ la droite d'ajustement affine de Y en x par la méthode des moindres carrés et on note $Y = ax + b$ son équation.
2. Pour chacune des huit affirmations suivantes une seule des trois réponses A, B ou C est exacte ; les résultats respectent les règles d'arrondis du tableau cidessus. **On reportera les réponses A, B ou C sur la feuille annexe.**

N°	Affirmation	A	B	C
1	La médiane de la série des indices est	152	140	163
2	Le pourcentage d'augmentation de la production entre 1994 et 200 est	24 %	76 %	124 %
3	Le pourcentage d'augmentation des indices entre 1998 et 2000 est	60 %	36,59 %	48 %
4	L'écart type de la série des indices arrondie au dixième près est	57,1	120,4	53,4
5	La longueur de l'intervalle interquartile de la série des indices est	90	64	116
6	L'équation de la droite Δ est	$Y = 0,07x + 2,28$	$Y = 0,7x + 2,28$	$Y = 0,07x + 0,3$
7	L'expression de y en fonction de x, a et b est	$y = 2\text{e}^{ax+b}$	$y = 0,5\ln(ax+b)$	$y = \left(\text{e}^{ax+b}\right)^2$
8	Si la tendance se poursuivait l'indice de production en 2004 serait égal à	388	403	383

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un jardinier possède un terrain bien ensoleillé avec une partie plus ombragée.
Il décide d'y organiser des parcelles où il plantera 8 variétés de légumes :
de l'ail (A), des courges (Co) des choux (Ch), des poireaux (Px), des pois (Po), des pommes de terre (Pt), des radis (R) et des tomates (T).
Il consulte un almanach où figurent des incompatibilités de plantes, données par les deux tableaux :

Expositions incompatibles de plantes	
Plantes d'ombre partielle	Plantes de plein soleil
pois radis	choux tomates courges
Par exemple : les pois sont incompatibles avec les choux, les tomates et les courges	

Associations incompatibles de plantes dans une même parcelle	
pois	ail, poireaux
pommes de terre	courges, radis et tomates
choux	tomates, ail poireaux et courges
courges	tomates
Par exemple : les pois sont incompatibles avec l'ail et les poireaux	

Pour tenir compte de ces incompatibilités le jardinier décide de modéliser la situation sous la forme d'un graphe de huit sommets, chaque sommet représentant un légume.

1. Sur la feuille annexe : compléter le graphe mettant en évidence les incompatibilités d'exposition ou les associations incompatibles indiquées dans les deux tableaux ci-dessus.
2. Calculer la somme des degrés des sommets du graphe, en déduire le nombre de ses arêtes.
3. Rechercher un sous-graphe complet d'ordre 4, qu'en déduit-on pour le nombre chromatique du graphe ?
4. Donner le nombre chromatique du graphe et l'interpréter en nombre minimum de parcelles que le jardinier devra créer.

5. Donner une répartition des plantes par parcelle de façon à ce que chaque parcelle contienne exactement deux types de plantes et que le nombre de parcelles soit minimum.
6. Donner une répartition des plantes de façon à ce qu'une parcelle contienne trois plantes et que le nombre de parcelles soit minimum.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

A : Préliminaires

Soient f et g deux fonctions définies sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 5(x+2)\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x+2}{5}\mathrm{e}^{x}.$$

1. Résoudre sur $[0~;~+\infty[$ l'équation $f(x) = g(x)$.
2. Quelle est la dérivée de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x+3)\mathrm{e}^{-x}$?
3. En déduire une primitive F de f.

B : Application économique

On suppose que les fonctions f et g précédemment définies dans la partie A sont les fonctions demande et offre d'une entreprise de transport de marchandises. Plus précisément, pour une tonne de marchandises à transporter :
• $f(x)$ est le prix en euros aux 100 km accepté par les clients en fonction de la distance x parcourue en centaines de kilomètres.
• $g(x)$ est le prix en euros aux 100 km du service proposé par l'entreprise en fonction de la distsnce x parcourue en centaines de kilomètres.
Dans les questions suivantes les prix demandés seront arrondis au centime d'euro et les distances arrondies au kilomètre.

1. Quel prix p_1 en euros aux 100 km, est prêt à payer un client (se conformant à la fonction de demande f) et quel prix p_2, en euros aux 100 km, est prête à lui offrir l'entreprise (se conformant à la fonction d'offre g) pour un parcours de 120 km ?
2. Prix d'équilibre
   Sur un marché en concurrence pure et parfaite le prix p_0 qui se forme sur le marché correspond à l'égalité entre la demande et l'offre : p_0 est le prix d'équilibre.
   À quelle distance d_0, correspond-il ? En déduire la valeur p_0.
   On donnera les valeurs exactes puis arrondies.
3. Surplus des consommateurs
   Tous les consommateurs prêts à acheter le service à un prix supérieur au prix d'équilibre réalisent un gain fictif appelé surplus des consommateurs. On admet que ce gain, exprimé en euro aux 100 km est mesuré par

   $$\mathrm{S} = \int_0^{d_0} f(x)\,\mathrm{d}x - p_0 \times d_0.$$

   Calculer la valeur exacte de S puis en donner une valeur approchée.

C : Interprétation graphique

Sur la feuille annexe figurent les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g.
Elles sont tracées dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ avec pour unités graphiques : en abscisse une unité représente une distance parcourue égale à 100 km et en ordonnée une unité représente 1 euro.

1. Placer les noms des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

2. Placer le point I et ses coodonnées, où I est le point d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

3. Placer $p_0,\ p_1,\ p_2$ et d_0.

4. Hachurer le domaine du plan d'aire S.

Feuille annexe à rendre avec la copie
Exercice 3
Question 1

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
x	1		2	3	4	5	6	7
Production P (à l'unité près)	17 525	18 927	21 731	...	28 741	32 947	...	45565
Idice y (à l'unité près)	100	108	124	140	164	188	224	260
$Y = 0,5 \times \ln y$	...	...	...	...	...	...	...	...

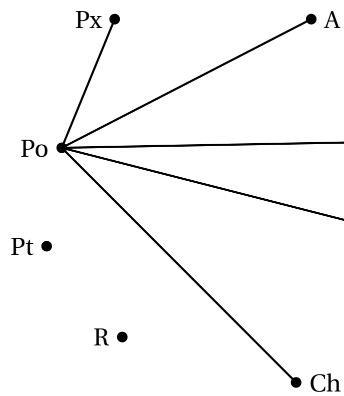
Question 2 : répondre par A, B ou C

Barème : 0,5 point pour une bonne réponse, $-0,25$ pour une mauvaise réponse ; la note finale à cette question ne peut être inférieure à 0.

N°	1	2	3	4	5	6	7	8
Réponse								

Exercice 4

Feuille annexe à rendre avec la copie
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité
Exercice 3



Baccalauréat ES Métropole juin 2004

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse sur la feuille. Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n 'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

QUESTIONS	**RéPONSES** (à porter sur la feuille ANNEXE 1)
Pour les trois premières questions, A et B sont des évènements associés à une expérience aléatoire	
1. Si B est l'évènement contraire de A, alors	• $p(A) = 1 + p(B)$ • p(A) = 1 - p(B) • $p(A) = p(B)$
2. Si A et B sont deux évènements indépendants et $p(A) \neq 0$, alors	• $A \cap B = \emptyset$ • $p(A \cup B) = p(A).p(B)$ • $p_A(B) = p(B)$
3. Si A et B sont deux évènements incompatibles alors	• $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ • $p(A) = 1 - p(B)$ • $p(A \cap B) = 1$
4. Soit a un nombre réel strictement positif $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(-ax+5) =$	• $-\infty$ • 0 • $+\infty$
5. La représentation graphique de la fonction logarithme népérien admet	• une asymptote verticale • une asymptote horizontale • une tangente horizontale
6. $\mathrm{e}^{\ln x} = x$ pour tout x appartenant à	• $\mathbb{R}$ • $]0~;~+\infty[$ • $[0~;~+\infty[$
7. Soit un réel a. $\ln\left(\mathrm{e}^a\right) - 2\mathrm{e} + \ln(1) =$	• $\mathrm{e}^a - 2\mathrm{e} + \mathrm{e}$ • $\mathrm{e}^a - 2\mathrm{e}$ • $a - 2\mathrm{e}$
8. Soient a et b des réels strictement positifs, $\mathrm{e}^{\ln a} + \mathrm{e}^{-\ln b} =$	• $-ab$ • $a - b$ • $\dfrac{ab+1}{b}$
9. Une primitive de la fonction logarithme népérien sur $[0~;~+\infty[$	• $x \mapsto \dfrac{1}{\ln x}$ • $x \mapsto x \times \ln x - x + 3$ • $x \mapsto \ln\left(\dfrac{1}{x}\right) - 2$
10. Pour tout réel x strictement inférieur à 1, $\ln(1-x) > 1$ est équivalent à :	• $x < 1$ • $x < 1 - \mathrm{e}$ • $x > \mathrm{e}$

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Soit f la fonction définie pour tout x élément de $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \left(x^2+1\right)\mathrm{e}^{-x+2}.$$

On note Γ la représentation graphique de f dans un repère orthogonal et D la droite d'équation $y = \dfrac{5}{2}x$.
On note $\mathcal{A}$ l'aire (en unités d'aire) du domaine délimité par la courbe Γ, la droite D et la droite d'équation $x = 0$.
On note O, P, Q et R les points de coordonnées O(0 ; 0), P(0 ; 5), Q(2 ; 5) et R$\left(0\ ;\ \mathrm{e}^2\right)$.
(Voir la représentation ci-dessous).

1. Détermination d'un encadrement de l'aire $\mathcal{A}$

a. Montrer par le calcul que le point Q appartient à la droite D et à la courbe Γ et que la courbe Γ coupe l'axe des ordonnées au point R.

b. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte des aires de chacun des triangles OPQ et OQR.
En déduire un encadrement de l'aire $\mathcal{A}$ en unités d'aire.

2. Calcul de la valeur exacte de l'aire $\mathcal{A}$

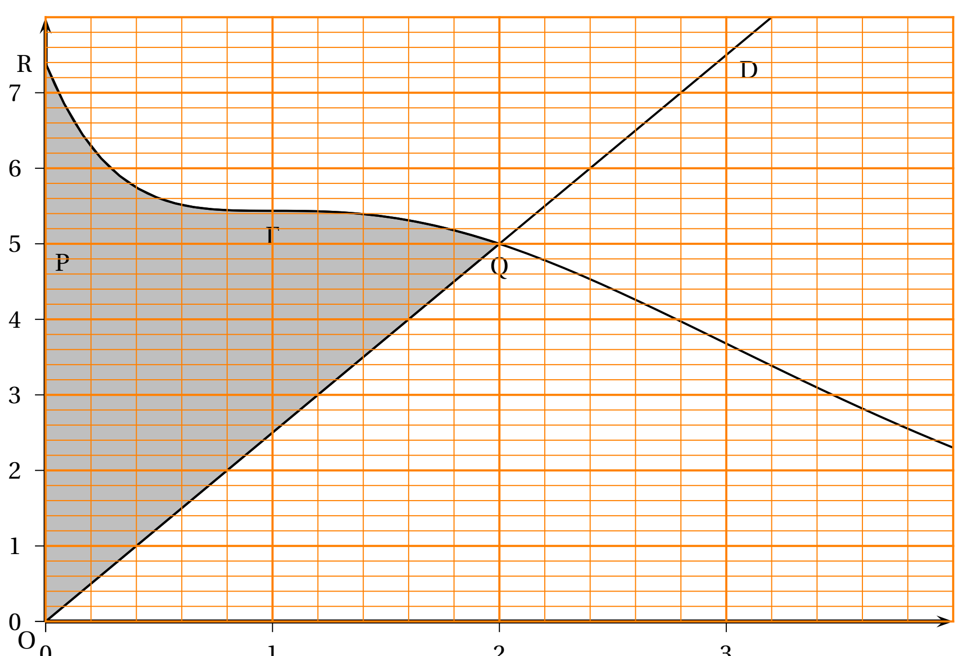
a. Exprimer l'aire $\mathcal{A}$ à l'aide d'une expression faisant intervenir une intégrale.

b. Soit G la fonction définie pour tout x élément de $\mathbb{R}$ par

$$G(x) = \left(-x^2-2x-3\right)\mathrm{e}^{-x+2}.$$

On note G' la fonction dérivée de G sur $\mathbb{R}$.
Pour tout x élément de $\mathbb{R}$, calculer $G'(x)$ en donnant les détails du calcul.
En déduire une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

c. Déterminer la valeur exacte de $\mathcal{A}$. En donner une valeur approchée arrondie au centième.



FORMULAIRE

L'aire d'un triangle est donnée par : Aire $= \dfrac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$

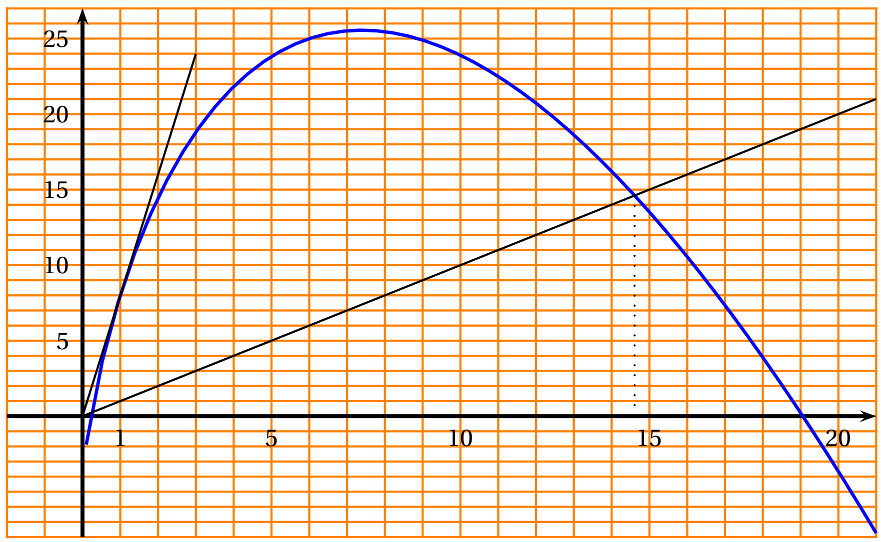
• La dérivée d'un produit de fonctions (sur des intervalles convenables) : $(uv)' = u'v + uv'$.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la courbe ci-dessous représentative d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $\text{I} =]0\,;\,21]$.

La courbe est à rendre avec la copie.



La droite tracée sur le graphique est tangente à la courbe au point d'abscisse 1 et passe par l'origine. On prendra 7,4 comme valeur approchée du réel de l'intervalle I pour lequel g atteint son maximum.

1. On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle I.
   Utiliser le graphique pour donner les valeurs de $g(1)$ et $g'(1)$. (Aucune justification n'est demandée).
2. Résoudre graphiquement dans l'intervalle I les trois inéquations ci-dessous (les valeurs lues sur le graphique seront données à 10^{-1} près). Aucune justification n'est demandée, mais pour l'inéquation (3) les éléments graphiques utiles seront portés sur la courbe
   (1) : $g(x) \geqslant 0$
   (2) : $g'(x) \geqslant 0$
   (3) : $g(x) < x$.
3. On admet que pour tout x de l'intervalle I, $g(x) = -4 + ax(3 - b \cdot \ln x)$ où a et b sont deux nombres réels. On veut calculer a et b.
   a. Montrer que pour tout x élément de l'intervalle I : $g'(x) = a[3 - b(1 + \ln x)]$.
   Exposer le détail des calculs.
   b. à l'aide des valeurs de $g(1)$ et $g'(1)$ obtenues à la question **1.**, calculer a et b.

Exercice 4 **5 points**

Enseignement obligatoire

La subvention accordée par une entreprise à son club sportif était de 3000 € pour l'année 1998.
Depuis 1998, L'évolution de la subvention en pourcentage d'une année à l'autre est celle décrite dans le tableau ci-dessous :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Evolution en pourcentage	+ 17 %	+ 15 %	+ 10 %	+ 9 %	+6 %

Par exemple, le taux d'évolution de la subvention de 2000 à 2001 est de 10 %.

1. **a.** Calculer, pour chacune des années, le montant de la subvention attribuée (en euro). Les résultats seront arrondis à l'unité.

   b. Le responsable sportif se plaint d'une diminution continuelle des subventions depuis l'année 1999. Quelle confusion fait-il ?

2. On admet que le montant de la subvention en 2003 est de 5 130 €.

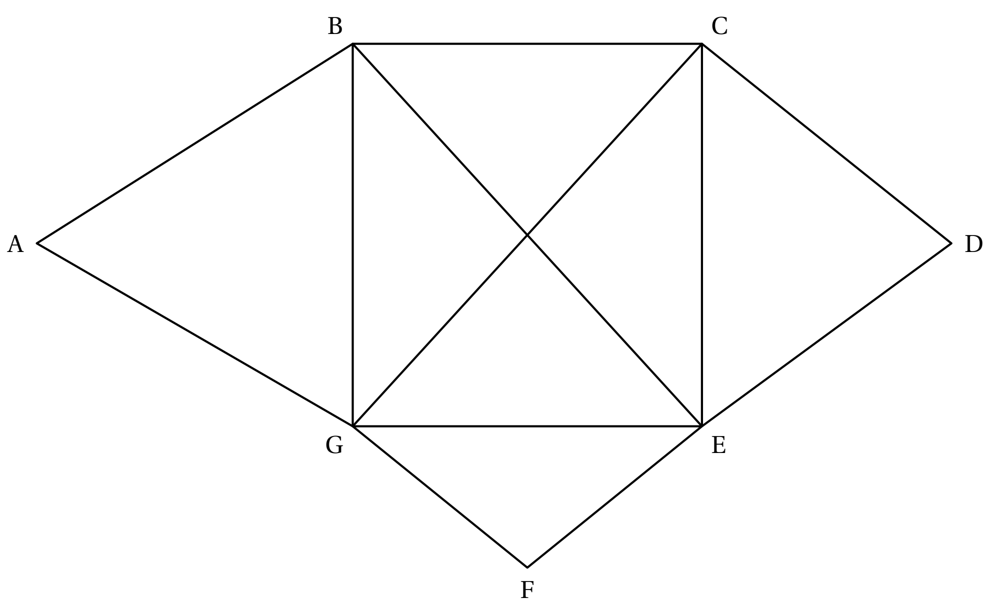
   a. Calculer le pourcentage de diminution ou d'augmentation de la subvention de 1998 à 2003.

   b. Si le taux d'évolution de la subvention d'une année à l'autre était fixe et égal à t %, quelle serait la valeur de t arrondie à 10^{-3} près qui donnerait la même augmentation de la subvention entre 1998 et 2003 ?

   c. Avec ce même taux d'évolution t, quelle serait la subvention, arrondie à l'unité, en 2004 ?

EXERCICE 4 **5 points**
Enseignement de spécialité

Le graphe ci-dessous indique, sans respecter d'échelle, les parcours possibles entre les sept bâtiments d'une entreprise importante.



Un agent de sécurité effectue régulièrement des rondes de surveillance. Ses temps de parcours en minutes entre deux bâtiments sont les suivants :
AB : 16 minutes AG : 12 minutes ; BC : 8 minutes ; BE : 12 minutes ; BG : 8 minutes ; CD : 7 minutes ; CE : 4 minutes ; CG : 10 minutes ; DE : 2 minutes ; EF : 8 minutes ; EG : 15 minutes ; FG : 8 minutes.
Sur chaque arête, les temps de parcours sont indépendants du sens de parcours.

1. En justifiant la réponse, montrer qu'il est possible que l'agent de sécurité passe une fois et une seule par tous les chemins de cette usine. Donner un exemple de trajet.
2. L'agent de sécurité peut-il revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule tous les chemins ? Justifier la réponse.
3. Tous les matins, l'agent de sécurité part du bâtiment A et se rend au bâtiment D.

   En utilisant un algorithme que l'on explicitera, déterminer le chemin qu'il doit suivre pour que son temps de parcours soit le plus court possible, et donner ce temps de parcours.

Baccalauréat ES La Réunion juin 2004

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

1. La fonction f représentée (graphique 1) par la courbe $(\mathscr{C})$ est définie sur $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = (ax+b)\ln x$$

où a et b sont deux constantes que l'on calculera dans la suite de cette question.

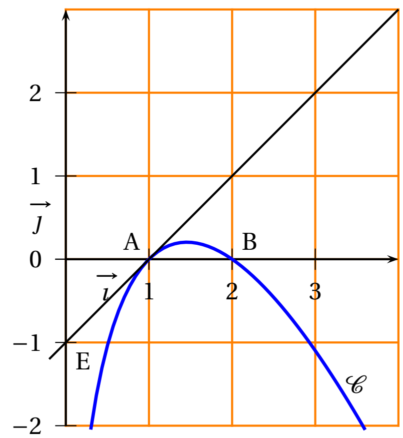
Sur le graphique 1 sont placés les points A(1 ; 0), B(2 ; 0) et E(0 ; −1).

Les points A et B appartiennent à la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (AE) est tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ en A.

a. Donner par lecture graphique $f(2)$ et $f'(1)$.

b. En déduire que a et b sont solutions du système $\left\{\begin{array}{rcl} a+b & = & 1\\ 2a+b & = & 0\end{array}\right.$

c. Déterminer a et b.

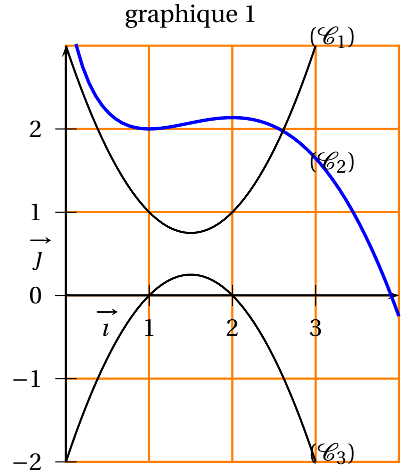


graphique 1

2. Soit G une primitive de la fonction f représentée par la courbe $(\mathscr{C})$ du graphique 1.

Parmi les trois courbes $(\mathscr{C}_1)$, $(\mathscr{C}_2)$, $(\mathscr{C}_3)$ proposées sur le graphique 2, quelle est la seule qui peut représenter G dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$?

Justifier votre réponse.



graphique 2

3. On admet à partir de maintenant que f est définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 2\ln x - x\ln x.$$

Le but de la question est de calculer une intégrale.

Soit F la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par

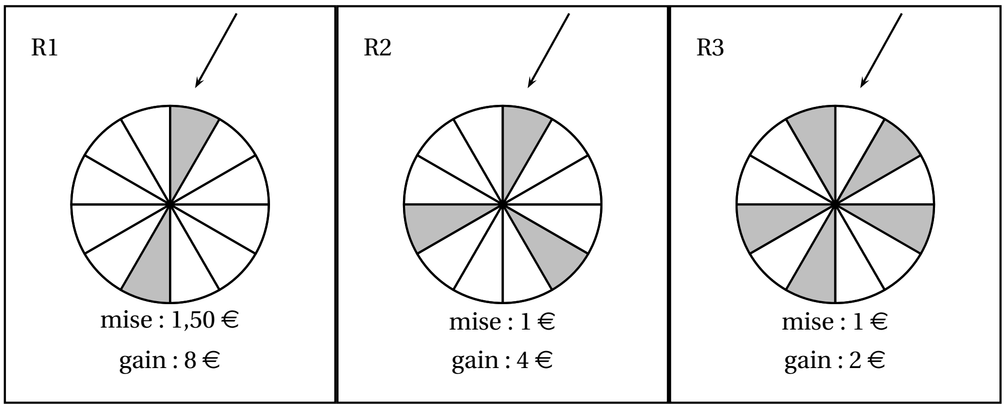
$$F(x) = \left(2x - \frac{1}{2}x^2\right)\ln x - 2x + \frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{4}.$$

a. Démontrer que la fonction F est la primitive de f qui prend la valeur 2 pour $x = 1$.

b. Calculer $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\text{d}x$. Donner une interprétation géométrique de cette intégrale.

EXERCICE 2 (pour les candidats n'ayant pas fait la spécialité) **5 points**

Lors d'une kermesse, dans un stand sont disposées trois roues. Chaque roue est divisée en douze secteurs de même aire. Une roue étant lancée, elle s'arrête aléatoirement face à la flèche sur un seul secteur. On admettra que tous les secteurs ont la même probabilité d'être « tirés ».
Pour participer, un joueur choisit l'une des trois roues, acquitte la mise correspondant à la roue choisie, puis lance cette roue.
Si le secteur « tiré » est grisé, le joueur reçoit le gain correspondant à la roue choisie.

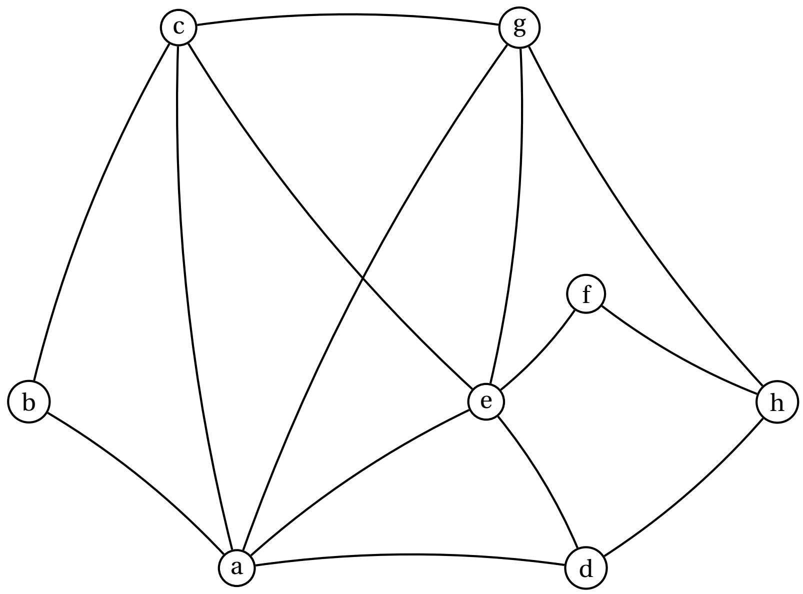


1. Le gain algébrique du joueur, noté g, est le gain de la loterie diminué de la mise.
   - **a.** Pour un joueur qui a choisi la roue R1, calculer la probabilité de gagner 6,50 €, puis celle de perdre 1,50 €. En déduire le gain algébrique moyen espéré par tout joueur qui fait le choix de cette roue.
   - **b.** Un joueur dit « avec la roue R2, le jeu est équitable ». Qu'en pensez-vous ?
2. Les organisateurs de la kermesse remarquent que $\frac{1}{6}$ des joueurs ont choisi la roue R1, $\frac{1}{3}$ la roue R2 et les autres la roue R3.
   On interroge au hasard une personne qui a participé au jeu.
   Soit les évènements :
   A : « La personne a choisi la roue R1 »,
   B : « La personne a choisi la roue R2 »,
   C : « La personne a choisi la roue R3 »,
   G : « La personne a gagné » (c'est-à-dire qu'un secteur grisé a été « tiré »).
   - **a.** Donner la probabilité des évènements A et B. En déduire la probabilité de l'évènement C.
   - **b.** Préciser les valeurs de : p_{A}G), p_{B}G) et $p(\mathrm{G})$.
   - **c.** Calculer la probabilité de l'évènement : « La personne a choisi la roue R2 et elle a gagné » (on pourra traduire les données l'aide d'un arbre pondéré).
   - **d.** Démontrer que la probabilité de l'évènement : « La personne a gagné » est égale à $\frac{23}{72}$.
   - **e.** Sachant que la personne n'a pas gagné, quelle est la probabilité qu'elle ait joué avec la roue R3 ?

EXERCICE 2 (pour les candidats ayant fait la spécialité **5 points**

Partie A

On note G le graphe représenté ci-dessous et M sa matrice obtenue en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique. La matrice M^3 est également donnée.



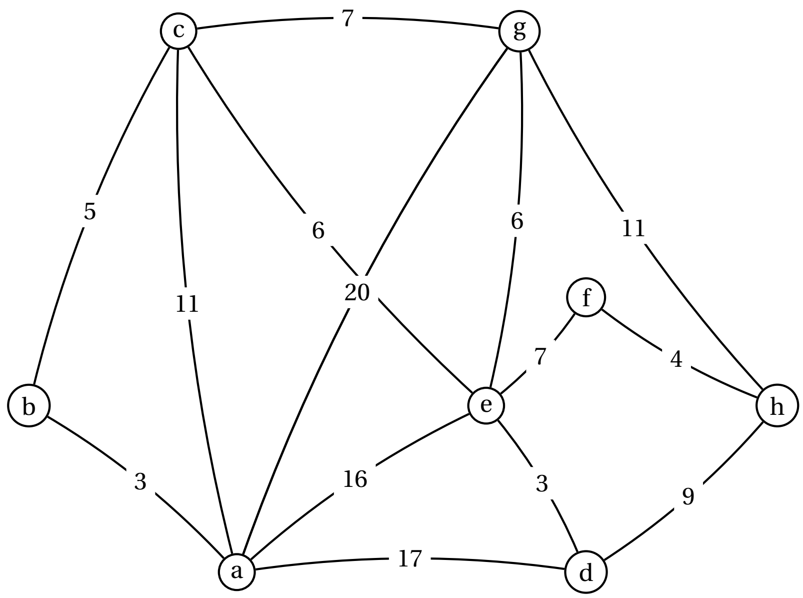
$$M^3 = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 11 & 10 & 12 & 5 & 13 & 4 \\ 8 & 2 & 7 & 3 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 11 & 7 & 8 & 6 & 12 & 3 & 10 & 5 \\ 10 & 3 & 6 & 2 & 11 & 1 & 4 & 8 \\ 12 & 5 & 12 & 11 & 8 & 8 & 13 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 8 & 0 & 2 & 6 \\ 13 & 4 & 10 & 4 & 13 & 2 & 6 & 9 \\ 4 & 3 & 5 & 8 & 3 & 6 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$

Dire, en justifiant votre réponse, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

1. L'ordre du graphe est égal au plus grand des degrés des sommets.
2. Le graphe G contient un sous-graphe complet d'ordre 3.
3. Les sommets de G peuvent être coloriés avec trois couleurs sans que deux sommets adjacents soient de même couleur.
4. Il est possible de parcourir ce graphe en passant une fois et une seule par chaque arête.
5. Il existe au moins un chemin de longueur 3 qui relie chaque sommet à chacun des sept autres sommets du graphe.
6. il y a 72 chemins de longueur 3 qui relient le sommet e à chacun des huit sommets du graphe.

Partie B

Le graphe précédent représente un réseau de lignes d'autobus. Les sommets du graphe désignent les arrêts. Les poids des arêtes sont les durées de parcours, en minutes, entre deux arrêts (correspondances comprises).



Déterminer, à l'aide d'un algorithme, la durée minimum pour aller de l'arrêt a à l'arrêt h et donner ce trajet.

EXERCICE 3 COMMUN À TOUS LES CANDIDATS **4 points**

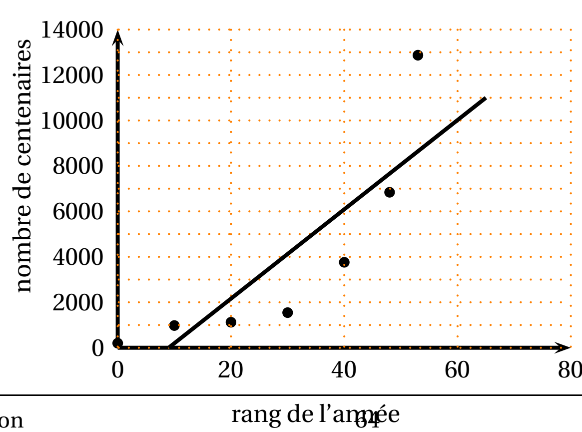
Le tableau suivant donne en France le nombre de centenaires au 1er janvier des années indiquées.

Année	1950	1960	1970	1980	1990	1998	2003
Rang x_i de l'année	0	10	20	30	40	48	53
Nombre y_i de centenaires	200	977	1 122	1 545	3 760	6 840	12 871

1. **a.** Quel est le pourcentage d'augmentation du nombre de centenaires entre le premier janvier 1950 et le premier janvier 1980 ?

   b. Peut-on affirmer que le nombre de centenaires a augmenté en moyenne de près de 10 % par an entre le premier janvier 1990 et le premier janvier 2003 ?

2. Le nuage de points de la série statistique $(x_i,\ y_i)$ est représenté ci-dessous, ainsi que la droite D d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.



En utilisant le graphique préciser le nombre de centenaires que l'on peut, avec cet ajustement, prévoir au premier janvier 2010. Ce nombre semble-t-il réaliste par rapport aux valeurs observées ?

3. L'allure du nuage de points invite à chercher un ajustement exponentiel. À cette fin, on pose $z = \ln\left(y_i\right)$.

a. Recopier et compléter le tableau où les nombres seront arrondis à 10^{-4} près.

Rang x_i de l'année	0	10	20	30	40	48	53
$z_i = \ln\left(y_i\right)$							

b. En utilisant la calculatrice, déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x (les coefficients seront arrondis à 10^{-4} près).

c. En déduire une estimation du nombre de centenaires que l'on peut, avec cet ajustement exponentiel, prévoir au premier janvier 2010.

EXERCICE 4 COMMUN À TOUS LES CANDIDATS — 6 points

Une entreprise décide, pour la promotion de nouveaux produits, de mener une campagne publicitaire. Elle envisage la distribution d'un dépliant aux consommateurs. Le but de l'exercice est de déterminer le nombre d'envois permettant à l'entreprise de réaliser un bénéfice maximal.

1. Soit la fonction R définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$R(x) = x\mathrm{e}^{-0,1x+0,1}.$$

a. Justifier que $R'(x) = (1-0,1x)\mathrm{e}^{-0,1x+0,1}$, où R' désigne la fonction dérivée de R.

b. étudier les variations de R, puis dresser son tableau de variations. On admettra que $\lim\limits_{x\to+\infty} R(x) = 0$.

2. Une étude préalable a montré que le montant total, en milliers d'euros, des recettes attendues à l'issue de cette campagne peut être estimé par $R(x)$, pour $x \in [1\ ;\ 15]$, où x représente le nombre d'envoi en milliers.

a. Représenter R sur l'intervalle $[1 ; 15]$ (unités graphiques : 1 cm pour un millier d'envois sur l'axe des abscisses et 1 cm pour un millier d'euros sur l'axe des ordonnées).

b. Le coût total en milliers d'euros de cette campagne est $C(x) = 0,4 + 0,3x$ pour $x \in [1\ ;\ 15]$.

Représenter cette fonction dans le même repère que celui utilisé pour la fonction R.

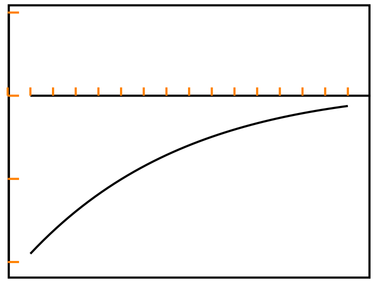
3. Le bénéfice envisagé à l'issue de cette campagne publicitaire est donné par $B(x) = R(x) - C(x)$ pour tout réel x de $[1 ; 15]$.

a. Donner, avec la seule précision que l'on peut obtenir par lecture graphique, les valeurs de x qui assurent un bénéfice positif.

b. On nomme B' la fonction dérivée de la fonction B. établir que $B'(x) = (1-0,1x)\mathrm{e}^{-0,1x+0,1} - 0,3$.

c. Soit B'' la fonction dérivée de B'. Voici la courbe représentative de B'' telle qu'elle apparaît à l'écran d'une calculatrice graphique.

L'axe des abscisses est gradué de 1 en 1 depuis 0 jusqu'à 15. L'axe des ordonnées est gradué de 0,1 en 0,1 de $-0,2$ à 0,1.



Donner par lecture graphique le signe de B'' puis dresser le tableau de variations de B' sur $[1\,;\,15]$.

d. En déduire que l'équation $B'(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[1\,;\,15]$, dont on donnera, à l'aide de la calculatrice, la valeur arrondie à 10^{-2}.

e. Déterminer sur $[1\,;\,15]$, le signe de $B'(x)$.

4. Quel est le nombre d'envois, arrondi à la dizaine près, nécessaire pour obtenir un bénéfice maximal ? Que vaut alors ce bénéfice ?

Baccalauréat ES Liban juin 2004

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Des éléments de formulaire sont joints au sujet.

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Sur le document réponse n° 1 ci-joint, la courbe $\mathscr{C}_1$ représente, dans le plan muni d'un repère orthogonal, une fonction f définie dans l'intervalle $[-1 ; 6]$.
On sait que la courbe $\mathscr{C}_1$:

- coupe l'axe des ordonnées en le point A, d'ordonnée 3, et l'axe des abscisses en le point B, d'abscisse b,
- admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 2,
- admet la droite T_A pour tangente au point A.

Partie A étude graphique de la fonction f

Répondre sans justification aux questions **A. 1, A. 2, A. 3** et **A.4** sur le document réponse n° 1.

Partie B étude de la fonction $g = \ln f$

On étudie maintenant la fonction g qui à x associe $g(x) = \ln[f(x)]$, où ln désigne la fonction logarithme népérien.
Chacune des réponses devra être justifiée avec soin sur la copie.
B. 1 Préciser l'intervalle de définition I de la fonction g.
B. 2 Déterminer la limite de la fonction g quand x tend vers b.
B. 3 étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle I. Dresser son tableau de variations.
B. 4 Calculer $g'(0)$ puis $g'(2)$;
B. 5 Résoudre, dans I, l'inéquation $g(x) \geqslant -\ln 2$.
On utilisera les résultats de la partie **A**.

EXERCICE 2 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les résultats approchés seront donnés sous forme décimale, arrondis à 10^{-3}.
Pour répondre aux questions on pourra s'aider d'arbres pondérés.
Un centre d'entraînement réputé se voit confier de très nombreux chevaux, juments et mâles, spécialisés en trotteurs ou en galopeurs selon leurs aptitudes. Ainsi le centre comprend 62 % de galopeurs, 30 % de juments dont 35 % font du galop.
On définit les évènements suivants :
- J : « Le cheval est une jument »,
- T : « Le cheval est un trotteur ».

Un lad, chargé des soins, choisit au hasard un cheval du centre.

1. Quelle est la probabilité que le cheval choisi soit un trotteur ?
2.
   a. Quelle est la probabilité que le cheval choisi soit une jument qui fasse du galop ?
   b. Quelle est la probabilité que le cheval choisi soit un mâle qui fasse du galop ?
3. Le lad a choisi un mâle. Quelle est la probabilité que ce ne soit pas un trotteur ?
   Tôt le matin, il faut transporter quatre chevaux, du centre d'entraînement à l'hippodrome. Pour cela, un apprenti choisit les chevaux au hasard et de manière indépendante ; on admet que le nombre de chevaux dans ce centre est suffisamment grand pour assimiler le choix dès quatre chevaux à des tirages successifs avec remise.

4. **a.** Calculer la probabilité qu'il y ait exactement deux trotteurs parmi les quatre chevaux choisis.

b. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins un galopeur parmi les quatre chevaux choisis.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Lors d'une partie de fléchettes, un joueur envoie une à une des fléchettes vers une cible. La tentative est réussie quand la fléchette atteint la cible, elle échoue dans le cas contraire.

Pour la 1re fléchette, les chances de réussite ou d'échec sont égales.

Pour chaque lancer suivant, la probabilité qu'il réussisse dépend uniquement du résultat du lancer précédent :

- Elle est de 0,7 quand le lancer précédent atteint la cible ;
- Elle est de 0,4 quand il a échoué.

On note :

- C_n l'évènement « La n^{e} fléchette atteint la cible »,
- E_n l'évènement « Le n^{e} lancer a échoué ».

1. La partie ne comporte que deux fléchettes. Traduire la situation à l'aide d'un arbre pondéré. En déduire la probabilité pour que la 2e fléchette atteigne la cible.

Dans toute la suite de l'exercice, *n* désigne un entier supérieur ou égal à 1 et on considère que le jeu se déroule avec *n* fléchettes.

On désigne par c_n la probabilité d'atteindre la cible lors du n^{e} lancer et par e_n la probabilité que ce lancer échoue.

On note $P_n = [c_n \quad e_n]$ la matrice ligne qui traduit l'état probabiliste lors du n^{e} lancer.

La matrice $\mathrm{P}_1 = [0,5 \quad 0,5]$ traduit donc l'état probabiliste initial lors du 1e lancer.

2. **a.** Représenter la situation à l'aide d'un graphe probabiliste.

b. Donner l'état P_2.

3. **a.** à l'aide de la relation $P_{n+1} = P_n \times \mathrm{A}$ où A est la matrice de transition $\begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$, exprimer la probabilité c_{n+1} d'atteindre la cible lors du $n+1^{\text{e}}$ lancer en fonction des probabilités c_n et e_n.

b. Montrer que pour tout entier $n \geqslant 1$, on a $c_{n+1} = 0,3c_n + 0,4$.

4. Soit la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, par $u_n = c_n - \dfrac{4}{7}$.

a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,3.

b. En déduire u_n puis c_n en fonction de n.

c. Calculer la limite de c_n quand n tend vers l'infini. Interpréter cette limite.

EXERCICE 3 **10 points**

Commun à tous les candidats

Partie A étude de propriétés de quelques fonctions

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;900]$ par :

$$f(x) = 7\,500\mathrm{e}^{0,002x} \qquad \text{et} \qquad g(x) = 15\mathrm{e}^{0,002x}.$$

1. Montrer que f est une primitive de la fonction g.

2. Soit la fonction h définie sur $[0\,;\,900]$ par $h(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.

   a. Calculer la limite de h en 0.

   b. Calculer la dérivée de h et montrer que la fonction h admet un minimum, noté b, pour une valeur de x, notée a.

   Dans le repère orthogonal ci-joint (document réponse n° 2) sont tracées les courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ représentatives des fonctions g et h dans l'intervalle $[0\,;\,900]$ ainsi que la droite (D) d'équation $y = 45$.

3. Montrer que les courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ représentatives des fonctions g et h se coupent au point $I(a\,;\,b)$.

4. **a.** Résoudre dans $[0\,;\,900]$ l'équation $g(x) = 45$. Soit x_0 la solution de cette équation.

   b. Justifier, que l'équation $h(x) = 45$ possède exactement deux solutions x_1 et x_2 dans l'intervalle $]0\,;\,900]$ (x_1 désignera la plus petite des deux solutions, x_2 la plus grande).

   Donner une valeur arrondie à l'unité de x_1 et x_2.

5. Montrer que $\displaystyle\int_0^{x_1} [45 - g(x)]\,\mathrm{d}x = f(0)$.

   On note E le point d'intersection de la droite (D) avec $\mathscr{C}_g$, R et F les points d'intersection de cette droite (D) avec $\mathscr{C}_h$, tandis que B et L désignent les points d'intersection de l'axe des ordonnées avec respectivement la droite (D) et la courbe $\mathscr{C}_g$.

6. Placer sur l'axe des abscisses les nombres a, x_0, x_1 et x_2.

Partie B étude de coûts

Rappels :
• Le coût marginal d'une production q assez grande est le coût de l'unité suivante, c'est à dire de la $(q+1)^{\text{e}}$ unité. La fonction « coût marginal » C_m est considérée comme la dérivée de la fonction « coût total » C_T.
• Le coût moyen unitaire d'une production q est le quotient $\dfrac{C_T(q)}{q}$.

Une entreprise peut produire jusqu'à 900 unités par jour.
Ses coûts fixes journaliers s'élèvent à 7500 € ;
• Toute sa production journalière est vendue au prix unitaire de 45 € ;
• Pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,900]$, le coût marginal de x unités est modélisé par : $C_m(x) = g(x)$, où g est la fonction définie dans la **partie A**.

1. **a.** Justifier que le coût total journalier de production est défini par la fonction f étudiée dans la **partie A**.

   b. En utilisant le résultat de la question **A.5.**, en déduire le domaine du plan dont l'aire représente les coûts fixes journaliers. (On hachurera le domaine sur le document réponse).

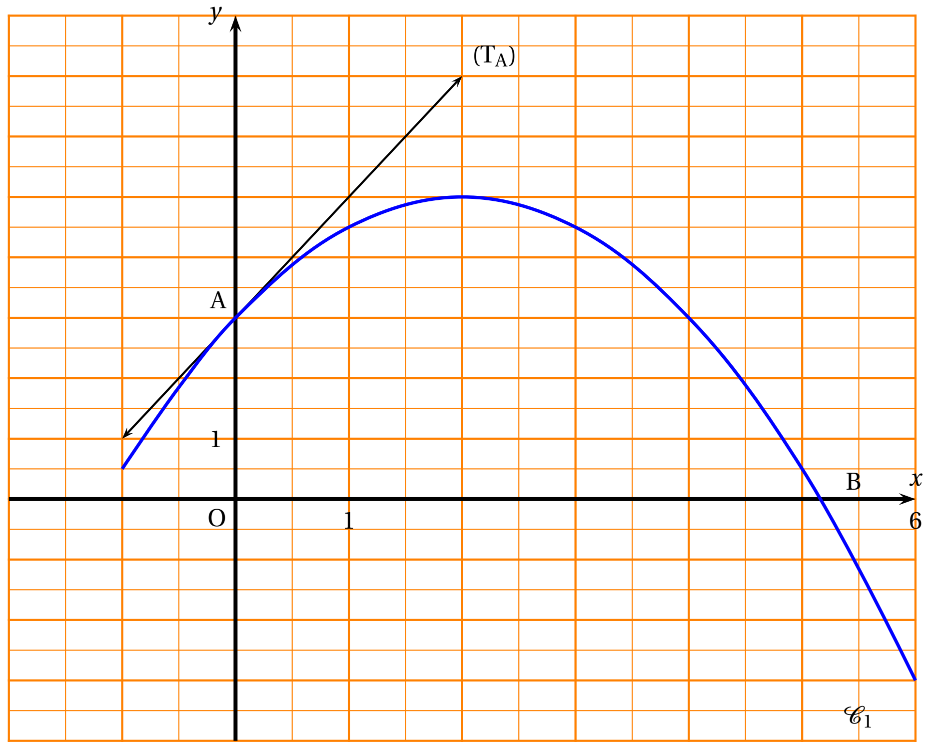
2. Que représente la valeur $h(x)$?

3. Justifier, à partir du graphique, que le bénéfice journa1ier de l'entreprise est positif lorsque la production est comprise entre x_1 et x_2.

4. **a.** Calculer, à 10^{-1} près, le bénéfice réalisé sur la fabrication de la 401^{e} unité. On fera apparaître ce bénéfice sur le graphiqué.

   b. En déduire ce que représente l'aire du domaine, délimité par la droite d'équation $x = x_1$ la droite d'équation $x = x_0$ et les courbes (D) et $\mathscr{C}_g$.

Document-réponse n° 1, à rendre avec la copie (exercice 1)



A. 1. Lire graphiquement :

$f(-1) =$; $f(0) =$; $f(2) =$; $f(5) =$; $f(6) =$

A. 2. Résoudre graphiquement sur $[-1~;~6]$.

a. $f(x) = 0$ $x = \cdots$ **b.** $f(x) \geqslant \dfrac{1}{2}$ $x \in \cdots$

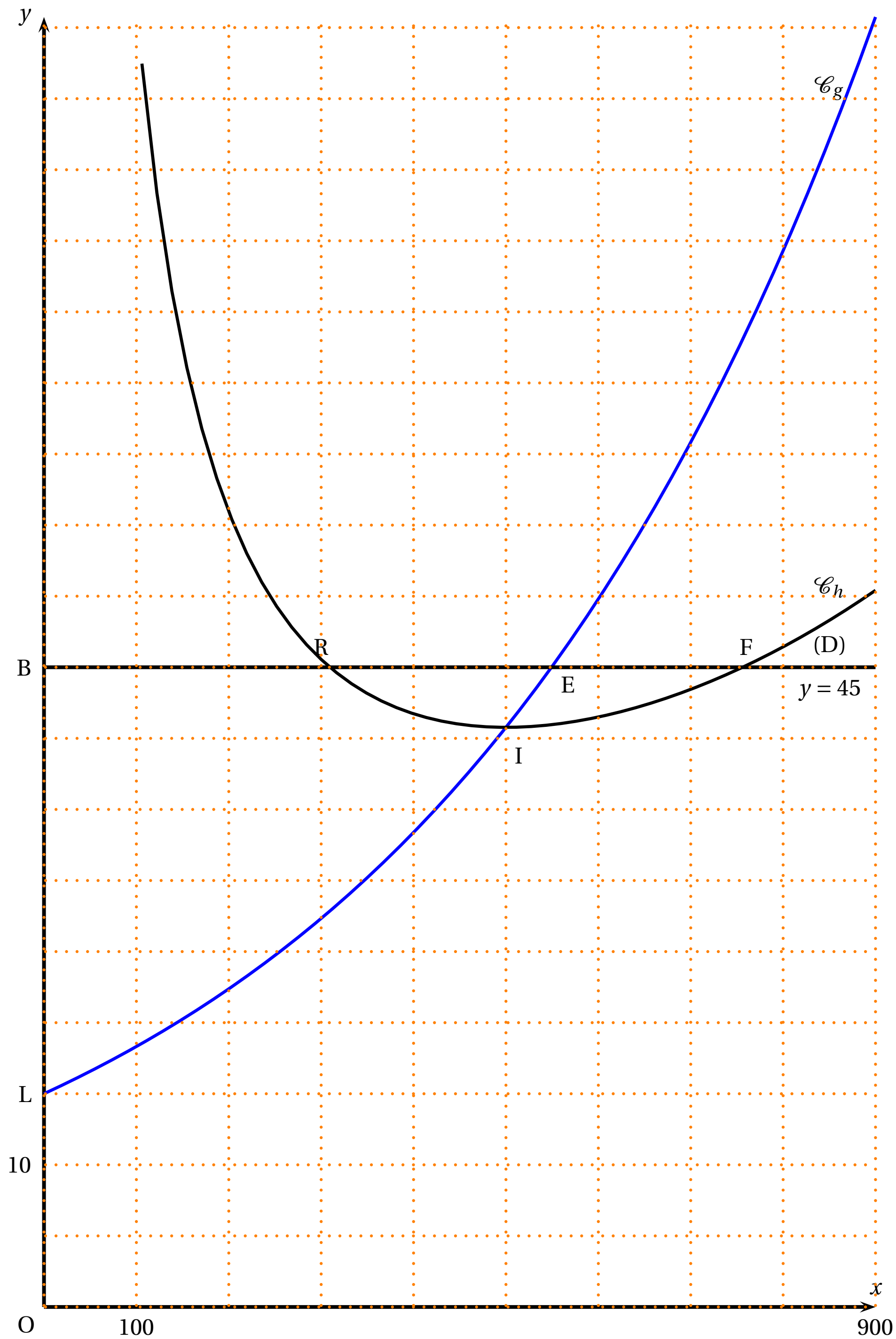
A. 3. Déterminer graphiquement :

a. $f'(0) =$ **b.** $f'(2) =$

A. 4. Résoudre graphiquement sur $[-1~;~6]$:

$f'(x) > 0$ $x \in$

Document-réponse n° 2, à rendre avec la copie (exercice 3)



Baccalauréat ES Polynésie juin 2004

Exercice 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

L'INED (Institut National d'études Démographiques) a publié les informations suivantes sur la population française entre 1992 et 2000.

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Population(*)	57,24	57,47	57,66	57,84	58,02	58,21	58,40	58,62	58,62
Nombre moyen d'enfants par femme	1,73	1,65	1,65	1,71	1,73	1,73	1,76	1,79	1,89
Espérance de vie à la naissance des hommes	73,2	73,3	73,7	73,9	74,2	74,6	74,6	74,9	75,2
Espérance de vie à la naissance des femmes	81,4	81,4	81,8	81,9	82	82,3	82,4	82,4	84,7

(*) en millions d'individus, arrondis à la dizaine de milliers

Chaque question comporte trois propositions repérées par les lettres a, b et c. Pour chaque question, une seule proposition est exacte. Indiquez laquelle en justifiant votre réponse.

1. Le taux d'accroissement (arrondi au millième) de la population française entre 1992 et 2000 est-il de

   a. 1,024 ? **b.** $2,4\,\%$? **c.** $0,24\,\%$?

2. En supposant un taux d'accroissement de 1 % tous les cinq ans, à partir de 2000, quel calcul permettrait d'obtenir exactement la population en 2020 ?

   a. $58,62 \times 1,01^4$ **b.** $58,62 + 0,05$ **c.** $58,62 + 4 \times 0,5862$.

3. Le taux d'accroissement de l'espérance de vie des femmes, entre 1996 et 2000, est-il

   a. plus du triple de celui des hommes ?

   b. le triple de celui des hommes ?

   c. moins du triple de celui des hommes ?

4. Supposons que l'on ait effectué un ajustement linéaire du nuage de points représentant la population française en fonction des années, selon la méthode des moindres carrés. D'après cet ajustement, l'estimation de la population française en 2004 à 1 million près est-elle

   a. 59 ? **b.** 61 ? **c.** 62 ?

Exercice 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un jeu télévisé propose quatre questions à un candidat. Pour chacune des quatre questions l'animateur propose trois réponses possibles, une seule étant la réponse exacte.

Les questions posées lors du jeu sont indépendantes les unes des autres.

Un candidat retenu pour participer au jeu a une chance sur deux de connaître la réponse exacte à la question posée et, s'il ne connaît pas la réponse exacte, il répond au hasard.

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. L'animateur pose la première question au candidat.

   On considère les évènements :

   H : « le candidat choisit au hasard la réponse à la première question ».

   E : « le candidat répond correctement à la première question ».

   a. Déterminer $P(\text{H})$.

   b. Sachant qu'un candidat répond au hasard à la première question, quelle est la probabilité qu'il réponde correctement ? En déduire $P(\text{E} \cap \text{H})$.

   c. Calculer $P(\text{E})$. On pourra s'aider d'un arbre de probabilité.

   d. Un candidat a répondu correctement à la première question. Quelle est la probabilité qu'il ait répondu au hasard à cette question ?

2. On admet que la probabilité qu'un candidat réponde correctement à une question est $\frac{2}{3}$.

   On note X le nombre de réponses exactes à l'issue des quatre questions.

   a. Préciser la nature de la loi de probabilité de X et donner ses paramètres.

   b. Quelle est la probabilité que le candidat réponde correctement aux quatre questions ?

   c. Quelle est la probabilité que le candidat donne au moins une bonne réponse ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Étude de l'évolution météorologique d'un jour à l'autre dans une localité.
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions rationnelles.

Partie A

• S'il fait sec aujourd'hui, alors il fera encore sec demain avec la probabilité $\frac{5}{6}$, donc il fera humide demain avec la probabilité $\frac{1}{6}$.

• S'il fait humide aujourd'hui, alors il fera encore humide demain avec la probabilité $\frac{2}{3}$.

Nous sommes dimanche et il fait sec. On s'intéresse à l'évolution météorologique des jours suivants.

1. Construire un arbre de probabilité représentant la situation de dimanche à mercredi.
2. En déduire la probabilité des évènements suivants :

   J : « il fera sec lundi, mardi et mercredi » ;

   K : « il fera sec mardi » ;

   L : « il fera humide mercredi ».

Partie B

1. Soit n un entier naturel, on note :

   s_n la probabilité pour que le jour n, il fasse sec ;

   h_n la probabilité pour que le jour n, il fasse humide ;

   P_n la matrice $(s_n,\ h_n)$ traduisant l'état probabiliste du temps le jour n. Déterminer une relation entre s_n et h_n.

2. **a.** Si le premier dimanche est le jour correspondant à $n = 0$, donner la matrice associée à l'état initial du temps.

   b. Décrire l'évolution de cet état à l'aide d'un graphe probabiliste.

3. La matrice M de ce graphe est $\begin{pmatrix} \frac{5}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

   a. Déterminer M^2 (utiliser la calculatrice).

b. Expliquer comment retrouver à l'aide de la matrice M, la situation du mardi étudiée dans la partie A.

4. **a.** Déterminer l'état stable associé à l'évolution météorologique.

b. En déduire, qu'à long terme, la probabilité qu'il pleuve un certain jour est $\frac{1}{3}$.

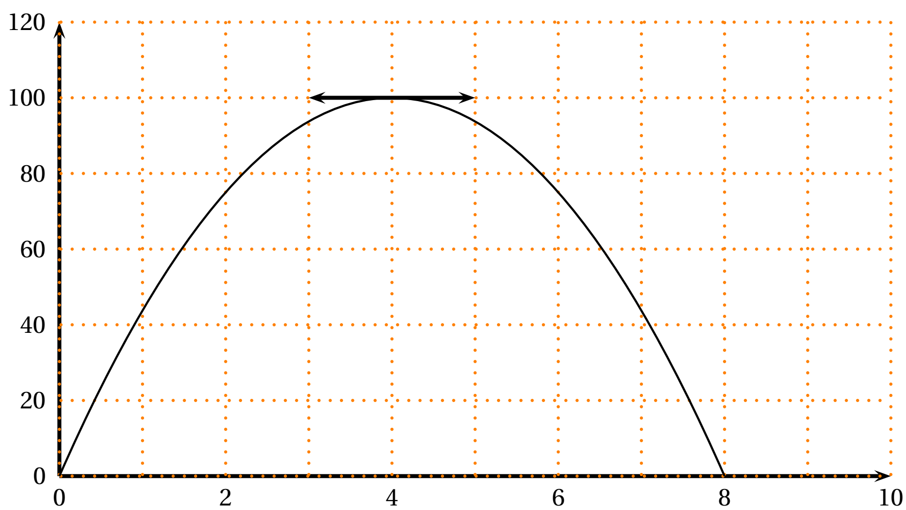
EXERCICE 3 **9 points**

Commun à tous les candidats

Dans un cadre économique, on appelle fonction de satisfaction toute fonction f définie sur une partie de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans l'intervalle $[0\,;\,100]$.
On dit qu' il y a « saturation » lorsque la satisfaction est maximale, c'est-à-dire lorsque la fonction f prend la valeur 100.
On définit de plus la fonction « envie » v dérivée de la fonction f ; on a donc $v = f'$.
On dit qu'il y a « envie » lorsque v est positive sinon on dit qu'il y a « rejet ».
Chaque partie traite d'un modèle f différent. Les trois parties sont indépendantes.

Partie A

On donne ci-dessous l'allure de la courbe représentative d'une fonction de satisfaction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,8]$.



1. **a.** Pour quelle quantité x de produit y a-t-il saturation ?

b. Sur quel(s) intervalle(s) y a-t-il envie ? Y a-t-il rejet ?

2. **a.** Par lecture graphique, donner $v(4)$.

b. Exprimer $v(x)$ en fonction de x sachant que v est une fonction affine définie sur l'intervalle $[0\,;\,8]$ vérifiant $v(0) = 50$.

Partie B

La fonction « envie » v pour un salaire dans une entreprise est modélisée, pour tout x de $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$v(x) = \frac{100}{(x+1)^2}$$

où x désigne le salaire annuel d'un employé en milliers d'euros.

1. On rappelle que f est une primitive de la fonction v sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$. Sachant que $f(0) = 0$, montrer que $f(x) = \frac{100x}{x+1}$.

2. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.
   b. Étudier le sens de variations de f sur $[0\ ;\ +\infty[$. Dresser le tableau de variations de f.
   c. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 cm pour 1 000 euros en abscisse et 1 cm pour 10 en ordonnée.
   d. Interpréter les résultats obtenus (limite et variations de f) en termes de satisfaction.

Partie C

Une agence de voyages propose différents types de formule pour les vacances et décide d'étudier la satisfaction de ses clients concernant la durée en jours d'une croisière.
La fonction de satisfaction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,50]$ par

$$f(x) = 10x\mathrm{e}^{-0,1x+1}.$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur $[0\,;\,50]$.
2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$.
   b. En déduire le sens de variations de f sur $[0\,;\,50]$.
   c. Dresser le tableau de variations de f.
3. Quelle doit être la durée en jours de la croisière pour qu'il y ait saturation ?