Baccalauréat ES 2010

L'intégrale de septembre 2009 à juin 2010

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Antilles–Guyane septembre 2009 3

Métropole–La Réunion septembre 2009 7

Polynésie septembre 2009 13

Amérique du Sud novembre 2009 18

Nouvelle-Calédonie décembre 2009 23

Pondichéry 16 avril 2010 30

Amérique du Nord mai 2010 39

Liban mai 2010 44

Asie 21 juin 2010 49

Centres étrangers 14 juin 2010 54

Antilles-Guyane juin 2010 58

Métropole 23 juin 2010 65

La Réunion juin 2010 71

Polynésie juin 2010 79

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2009

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

1. « Un accroissement de population de 1,8 % par an peut paraître faible, il correspond pourtant à un doublement de la population en 40 ans ».
   Cette affirmation est-elle exacte ? Justifier.
2. D'après l'INED (Institut National d'Etudes Démographiques), la population mondiale a suivi l'évolution suivante :

année	1960	1970	1980	1990	2000
Rang : x_i $(0 \leqslant x_i \leqslant 4)$	0	10	20	30	40
Population : y_i en millions d'habitants $(0 \leqslant y_i \leqslant 4)$	3 014	3 683	4 453	5 201	6 080

   a. Calculer T, le taux d'évolution en pourcentage de la population mondiale entre 1960 et 2000 (arrondir à 0,1 % près).

   b. On appelle t le taux d'évolution moyen annuel, en %, entre 1960 et 2000.
   Montrer que t vérifie $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)^{40} \approx 2,017$.
   En déduire une valeur approchée de t (arrondie au dixième de pourcentage).

3. On suppose qu'à partir de l'an 2000, le taux d'évolution annuel de la population reste constant et égal à 1,8 %.
   Donner une estimation de la population mondiale en 2008 à 100 millions près.
4. **a.** On décide de modéliser les données du tableau ci-dessus avec un ajustement affine.
   À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés.

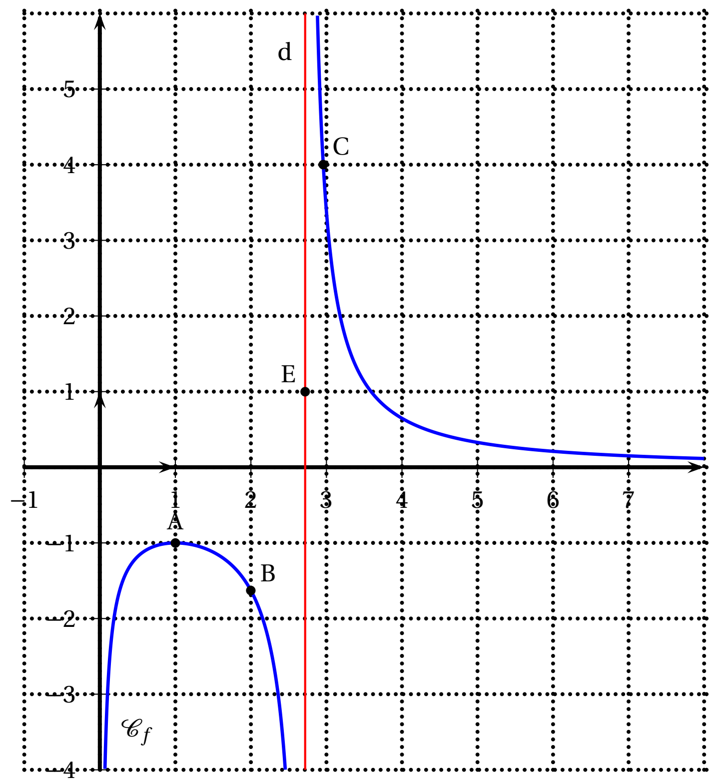
   b. Calculer la population mondiale en millions d'habitants qui aurait dû être atteinte en 2008 d'après ce modèle (à 100 millions près).
5. En fait, en 2008 on vient de dépasser 6,5 milliards d'habitants.
   Des deux estimations précédentes, laquelle est la plus proche de la réalité ?

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée. Reporter sur votre copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie.

Une bonne réponse rapporte 1 *point, une mauvaise réponse enlève 0,5 point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points de l'exercice est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.



On considère la fonction f définie sur $]0\ ;\ \mathrm{e}[\cup]\mathrm{e}\ ;\ +\infty[$ et représentée par la courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessus.
La fonction f est dérivable sur chacun des intervalles de son ensemble de définition.
Les points A$(1\ ;\ -1)$ et B$\left(2\ ;\ \dfrac{1}{2\ln 2-2}\right)$ appartiennent à $\mathscr{C}_f$.
On désigne par C le point de $\mathscr{C}_f$ d'ordonnée 4.
La courbe admet pour asymptotes les axes du repère ainsi que la droite d parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point E(e ; 1).

Pour chacune des questions ci-dessous une seule réponse est exacte ; indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la bonne affirmation sans justifier votre choix.

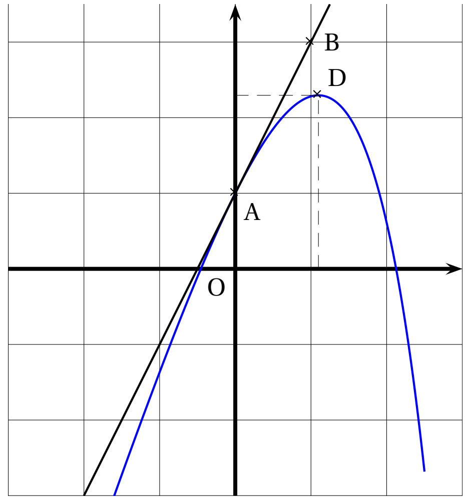
1.	$f(-1)=1$	$f(x)=0$ possède une solution sur $]0\ ;\ \mathrm{e}[\cup]\mathrm{e}\ ;\ 6[$	$f(1)=-1$
2. Une équation d'une des asymptotes de $\mathscr{C}_f$ est :			
	$y=\mathrm{e}$	$x=\mathrm{e}$	$y=-1$
3.	$f'(4)<0$	$f'(4)=0,7$	$f'(4)=2,9$
4.	$\displaystyle\int_5^6 f(x)\,\mathrm{d}x<\int_4^5 f(x)\,\mathrm{d}x$	$\displaystyle\int_5^6 f(x)\,\mathrm{d}x>\frac{1}{2}$	La valeur moyenne de f sur $[4\ ;\ 5]$ est 2.

EXERCICE 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 3]$ par :

$$f(x)=a\mathrm{e}^x+bx+c \quad \text{où} \quad a, b \text{ et } c \text{ sont des réels fixés.}$$

Une partie de la courbe $\mathscr{C}$ représentative de f est représentée ci-dessous :



On dispose des renseignements suivants :

- $\mathscr{C}$ passe par A$(0\,;\,1)$.
- B est le point de coordonnées $(1\,;\,3)$; la droite (AB) est tangente à $\mathscr{C}$ au point A.
- $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale au point D d'abscisse $\ln 3$.

1. On désigne par f' la dérivée de la fonction f. Traduire les renseignements précédents par trois égalités utilisant f ou f'.

2. En résolvant un système, déterminer a, b et c.

3. On admet à partir de maintenant que $f(x) = -\mathrm{e}^x + 3x + 2$.

a. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.

b. Montrer que f s'annule exactement une fois sur $[-2\,;\,\ln 3]$ en un réel α. Donner, en justifiant, une valeur approchée au centième près de α.

c. Pour la suite, on admet que f s'annule exactement une fois sur $[\ln 3\,;\,3]$ en un réel β.

Déterminer le signe de f sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.

4. **a.** Déterminer une primitive de f sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.

b. On considère la surface $\mathscr{S}$ délimitée par l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et la droite d'équation $x = \ln 3$.

Hachurer $\mathscr{S}$ sur la figure en annexe.

c. Déterminer, en justifiant avec soin, l'aire de $\mathscr{S}$, en unités d'aire. On donnera la valeur exacte et la valeur décimale arrondie au centième.

EXERCICE 4 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Dans une résidence de vacances d'été, les touristes vont tous les jours à la plage. Ils disposent pour se déplacer de deux moyens de locomotion : un minibus ou des bicyclettes. Le séjour dure un mois pour tous les vacanciers.

Chaque jour, ils peuvent modifier leur choix de transport. Le premier jour, 80 % des touristes choisissent le minibus.

On considère qu'ensuite, chaque jour, 30 % de ceux qui ont pris le minibus la veille choisissent la bicyclette et 15 % des vacanciers qui avaient emprunté la bicyclette la veille, choisissent le minibus.

Soit n est un entier entre 1 et 31. On appelle $P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice traduisant l'état probabiliste relatif au n-ième jour, où :
a_n représente la proportion des vacanciers choisissant le minibus le jour n ;
b_n représente la proportion des vacanciers choisissant la bicyclette le jour n.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.
2. Écrire la matrice de transition, notée M, associée à cette situation.
3. Déterminer l'état initial P_1.
4. **a.** Calculer P_2 (faire apparaître les calculs). Interpréter le résultat obtenu.

   b. On suppose que $\mathrm{M}^5 = \begin{pmatrix} 0,367 & 0,633 \\ 0,317 & 0,683 \end{pmatrix}$ et $\mathrm{M}^6 = \begin{pmatrix} 0,352 & 0,648 \\ 0,324 & 0,676 \end{pmatrix}$, les coefficients ayant été arrondis au millième.

   En utilisant la matrice qui convient, déterminer la répartition prévisible le 6[e] jour. On donnera le résultat en pourcentage arrondi à 1 % près.
5. Soit P= $(x \quad y)$ la matrice correspondant à l'état stable.
   Déterminer x et y ; en donner une interprétation.
6. Montrer que pour n entier compris entre 1 et 30 on a $a_{n+1} = 0,55a_n + 0,15$.

Partie B

Pour n entier, $n \geqslant 1$, on définit la suite (u_n) par :

$$u_{n+1} = 0,55u_n + 0,15 \quad \text{et} \quad u_1 = 0,8.$$

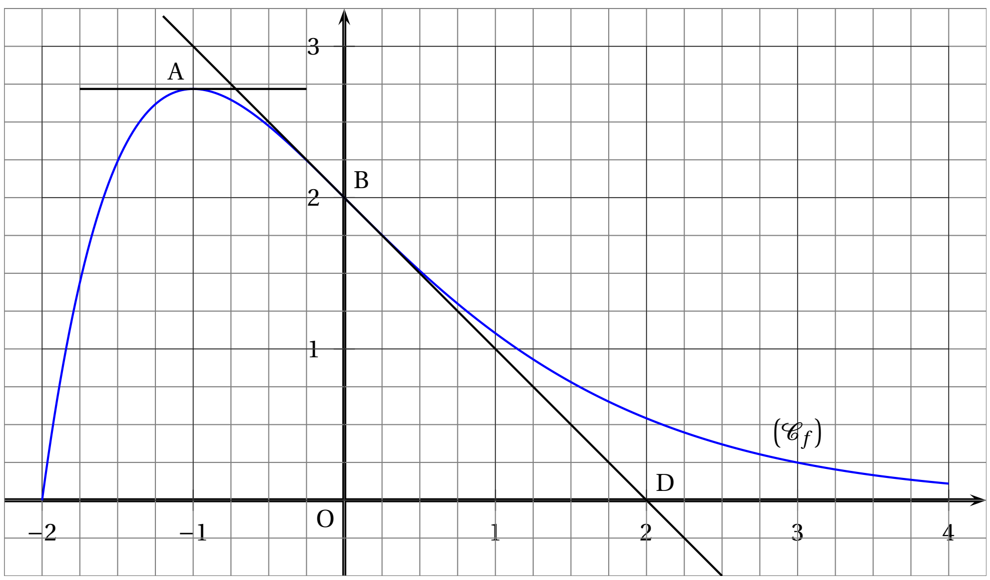
1. On pose $U_n = u_n - \dfrac{1}{3}$.
   Montrer que la suite (U_n) est géométrique. On précisera la raison et le premier terme de cette suite.
2. Exprimer U_n puis u_n en fonction de n.
3. En déduire la limite de la suite (u_n). Quel résultat retrouve-t-on ?

∾ Baccalauréat ES Métropole–La Réunion ∾
septembre 2009

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$, tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthormal d'unité graphique 2 cm.
On note e le nombre réel tel que $\ln \text{e} = 1$. La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ passe par les points B(0 ; 2) et A(−1 ; e).
Elle admet au point A une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
La tangente (T) à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ passe par le point D(2 : 0).



1. En utilisant les données graphiques, donner sans justifier :

a. le nombre de solutions sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$ de l'équation $f(x) = 1$ et un encadrement d'amplitude 0,25 des solutions éventuelles.

b. la valeur de $f'(-1)$.

c. le signe de la dérivée f' de la fonction f sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$.

2. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fruxtueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

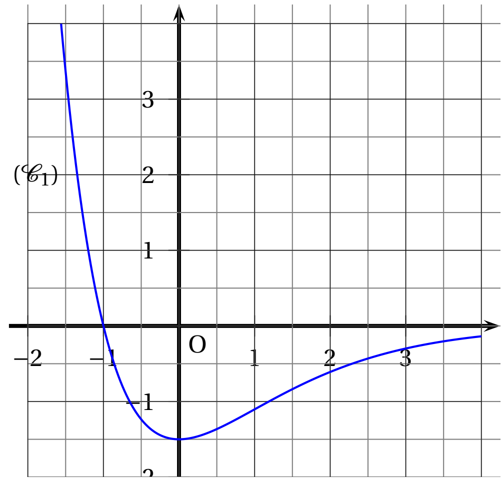
Donner en justifiant :

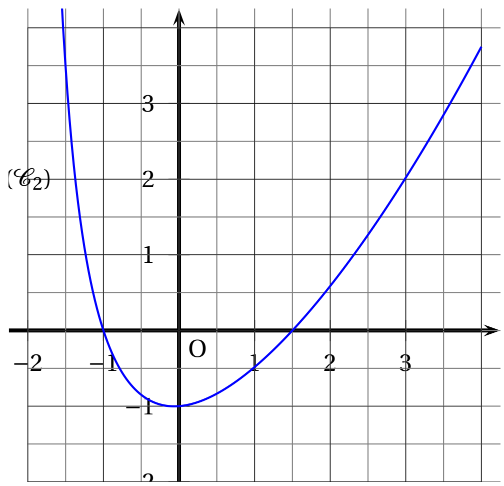
a. le coefficient directeur de la tangente (T).

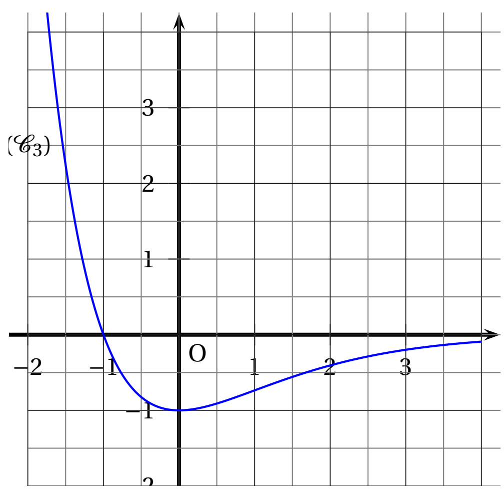
b. l'encadrement par deux entiers naturels consécutifs de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\text{d}x$.

c. celle des trois courbes $(\mathscr{C}_1)$, $(\mathscr{C}_2)$ et $(\mathscr{C}_3)$ données en annexe qui représente la fonction dérivée f' de la fonction f.

Annexe de l'exercice 1







EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans un lycée général et technologique, il y a 1 400 lycéens : des élèves de seconde, première ou terminale, et des étudiants en section de technicien supérieur (STS).
Pour pouvoir disposer des collections de manuels scolaires, tous les lycéens doivent adhérer à la coopérative scolaire et payer une location annuelle d'un montant de 50 € pour les élèves et 60 € pour les étudiants.
Sur l'ensemble des adhérents à la coopérative scolaire, 62,5 % sont les élèves de seconde, première ou terminale. Les autres sont les étudiants de STS.
Depuis quelques années, les élèves de seconde, première ou terminale disposent de chèques-lire avec lesquels ils peuvent régler cette location :

- 40 % paient leur location à l'aide de chèques-lire,
- 56 % paient par chèque bancaire,
- les autres paient par mandat ou en liquide.

Les étudiants de STS ne disposent pas de chèques-lire :

- 96 % paient par chèque bancaire,
- les autres paient par mandat ou en liquide.

Les parties I et II sont indépendantes

Partie I

Les 1 400 lycéens, élèves comme étudiants, adhèrent à cette coopérative.

1. Calculer le montant des versements effectués par chèque bancaire.
2. Calculer le pourcentage du montant total des locations que cette somme représente.

Partie II

On prend au hasard la fiche d'un adhérent à la coopérative scolaire parmi les 1 400 fiches.
On note :

- L l'évènement « l'adhérent est un élève » ;
- E l'évènement « l'adhérent est un étudiant en STS » ;
- C l'évènement « l'adhérent paie avec ses chèques-lire » ;
- B l'évènement « l'adhérent paie avec un chèque bancaire » ;
- A l'évènement « l'adhérent paie par un autre moyen de paiement ».

1. Traduire à l'aide d'un arbre pondéré la situation décrite ci-dessus.
2. **a.** Calculer la probabilité que l'adhérent soit un élève ayant payé sa location à l'aide de chèques-lire.
   b. Calculer la probabilité que l'adhérent soit un étudiant en STS ayant payé sa location à l'aide d'un chèque bancaire.
   c. Démontrer que la probabilité que l'adhérent ait payé par chèque bancaire est de 0,71.
3. Un adhérent a payé par chèque bancaire. Calculer le probabilité que ce soit un élève.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.
Sur le dessin joint en annexe, on a placé les points A(0 ; 2 ; 0), B(0 ; 0 ; 6), C(4 ; 0 ; 0), D(0 ; 4 ; 0) et E(0 ; 0 ; 4).
Soit (P) le plan d'équation $3y + z = 6$.
Il est représenté par ses traces sur le plan de base sur le dessin joint en annexe.

1. **a.** Démontrer que les points C, D et E déterminent un plan que l'on notera (CDE).

   b. Vérifier que le plan (CDE) a pour équation $x + y + z = 4$.

2. **a.** Justifier que les plans (P) et (CDE) sont sécants. On note (Δ) leur intersection.

   b. Sans justifier, représenter (Δ) en couleur (ou à défaut en traits pointillés) sur la figure en annexe.

3. On considère les points F$(2\,;0\,;0)$ et G$(0\,;3\,;0)$.

   On note (Q) le plan parallèle à l'axe $\left(\text{O};\ \vec{k}\right)$ et contenant les points F et G.

   a. Placer sur la figure en annexe les points F et G.

   Sans justifier, représenter le plan (Q) par ses traces sur les plans de base, d'une autre couleur (ou à défaut en larges pointillés), sur la figure en annexe.

   b. Déterminer les réels a et b tels que $ax + by = 6$ soit une équation du plan (Q).

4. L'intersection des plans (CDE) et (Q) est la droite $\left(\Delta'\right)$.

   Sans justifier, représenter la droite $\left(\Delta'\right)$, d'une troisième couleur (ou à défaut en très larges pointillés), sur la figure en annexe.

5. On considère le système de trois équations à trois inconnues suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3y + z & = & 6 \\ x + y + z & = & 4 \\ 3x + 2y & = & 6 \end{array}\right.$$

   a. Résoudre ce système.

   b. Que peut-on alors en déduire pour les droites (Δ) et $\left(\Delta'\right)$?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Pour établir le prix unitaire le plus adapté d'un produit, une société effectue une étude statistique.

Le tableau suivant indique le nombre d'acheteurs, exprimé en milliers, correspondant à un prix unitaire donné, exprimé en euros :

Prix en euros : x_i	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre d'acheteurs en milliers : y_i	125	120	100	80	70	50	40	25

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan (P) muni d'un repère orthonormal d'unités 1 cm pour un euro sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliers d'acheteurs sur l'axe des ordonnées.

2. **a.** Déterminer l'équation $y = ax + b$ de la droite (D) d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients a et b seront arrondis à l'unité.

   b. Tracer la droite (D) dans le plan (P).

   c. En utilisant l'ajustement affine précédent, estimer graphiquement, à l'euro près, le prix unitaire maximum que la société peut fixer si elle veut conserver des acheteurs.

3. **a.** En utilisant l'ajustement affine précédent, justifier que la recette $R(x)$, exprimée en milliers d'euros, en fonction du prix unitaire x d'un objet, exprimé en euros, vérifie :

$$R(x) = -15x^2 + 189x.$$

b. Étudier le sens de variation de la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = -15x^2 + 189x.$$

c. Quel conseil peut-on donner à la société ? Argumenter la réponse.

EXERCICE 4 — 5 points

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel x par

$$f(x) = \left(x^2 - x + 1\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

On note $\left(\mathscr{C}_f\right)$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal.

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

b. En remarquant que, pour tout nombre réel x, $f(x) = \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} - \dfrac{x}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{1}{\mathrm{e}^x}$, déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
Interpréter graphiquement le résultat.

2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Démontrer que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = \left(-x^2 + 3x - 2\right)\mathrm{e}^{-x}$.

b. Établir le tableau de variations de la fonction f sur l'ensemble des nombres réels.

3. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ en son point d'abscisse 0.

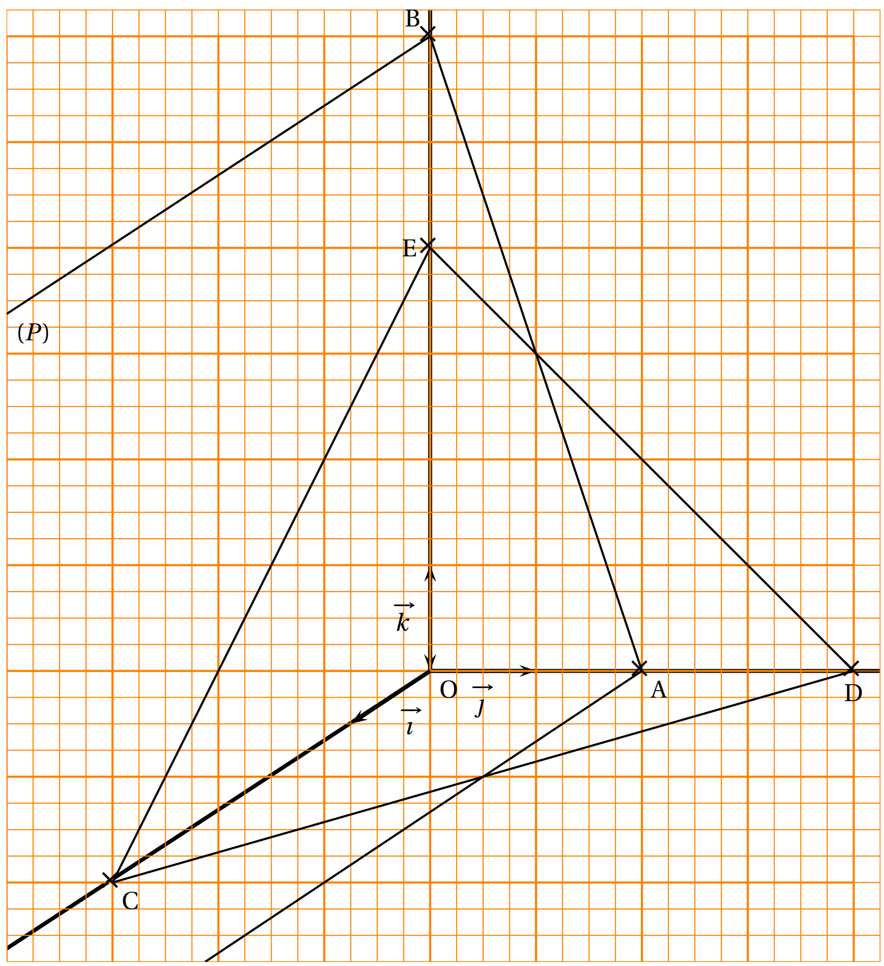
4. On prend comme unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 20 cm sur l'axe des ordonnées.
Tracer la droite (T) et la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ sur l'intervalle $[0\,;\,8]$ dans le plan (P).

5. **a.** Déterminer graphiquement le nombre de solutions sur l'intervalle $[0\,;\,8]$ de l'équation $f(x) = 0,4$.

b. À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième de la plus grande des solutions de l'équation considérée à la question 5. a.

Pour les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

Annexe de l'exercice 2
À rendre avec la copie



Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Polynésie septembre 2009

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions ci-dessous, une et une seule affirmation est juste. Le candidat doit porter sur sa copie le numéro de la question ainsi que la lettre associée à la réponse choisie. ***Aucune justification n'est demandée.***

Une bonne réponse rapporte 1 *point, une mauvaise réponse retire* 0,25 *point et l'absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point. Si le total des points est négatif, la note de l'exercice est ramenée à* 0.

On désigne par f une fonction définie sur l'intervalle $I =]-1~;~+\infty[$.

1. Si la fonction f vérifie que : $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, alors :
   - **a.** on peut affirmer que la fonction f est croissante sur I ;
   - **b.** on peut affirmer que la fonction f est monotone sur I ;
   - **c.** on ne peut pas en déduire le sens de variations de f sur I.

2. Si f est strictement croissante sur $[10~;~+\infty[$, et si g est la fonction définie par : $g(x) = \text{e}^{-f(x)}$, alors :
   - **a.** g est strictement croissante sur $[10~;~+\infty[$;
   - **b.** on ne peut pas déterminer le sens de variations de g ;
   - **c.** g est strictement décroissante sur $[10~;~+\infty[$.

3. Si F est la primitive de f sur I, qui prend la valeur $\dfrac{3}{7}$ en 1 et si $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\text{d}t = \dfrac{2}{5}$, alors :
   - **a.** $F(0) = \dfrac{1}{2}$;
   - **b.** $F(0) = \dfrac{1}{35}$;
   - **c.** on ne peut pas déterminer $F(0)$.

4. Si la fonction u est définie par $u(x) = \ln[f(x)]$ alors :
   - **a.** la fonction u est définie sur $]0~;~+\infty[$;
   - **b.** la fonction u est définie sur I ;
   - **c.** on ne peut pas donner le domaine de définition de la fonction u.

EXERCICE 2 **6 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne les cumuls des nombres d'entrées de cinq films sortis au cours de l'année 2006, d'une part en région parisienne, d'autre part sur la France dans son ensemble. (*source : « le film français », chiffres arrêtés au* 3 *avril* 2007)

Film	Indice i $(1 \leqslant i \leqslant 5)$	Nombres d'entrées en région parisienne en centaines de milliers : x_i	Nombres d'entrées en France en centaines de milliers : y_i
Pirates des Caraïbes 2	1	10	75
Arthur et les Minimoys	2	9	62
Da Vinci Code	3	7,5	41,5
Ne le dis à personne	4	6,5	32
Indigènes	5	5	29,5

1. **a.** Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ $(1 \leqslant i \leqslant 5)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour une centaine de milliers d'entrées sur l'axe des abscisses et 1 cm pour la centaines de milliers d'entrées sur l'axe des ordonnées).

   b. Déterminer les coordonnées du point moyen G de cette série et placer G dans le repère précédent.

   c. Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de Δ, droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients sont arrondis au dixième). Tracer cette droite dans le repère précédent.

   d. En utilisant cette approximation affine, calculer le nombre d'entrées cumulées sur la France qu'on aurait pu prévoir pour le film « Les bronzés 3 » sachant qu'il en a réalisé 1 140 000 en région parisienne (on arrondira le résultat à la dizaine de milliers d'entrées).

2. La forme du nuage de points ci-dessus suggère de faire un ajustement par une courbe de type exponentiel d'équation $y = A\mathrm{e}^{Bx}$ (où A et B sont des réels). Pour cela on pose d'abord $z = \ln(y)$.

   a. Recopier et compléter le tableau suivant avec des valeurs de z_i arrondies à 10^{-2} $(1 \leqslant i \leqslant 5)$.

x_i	10	9	7,5	6,5	5
y_i	75	62	41,5	32	29,5
$z_i = \ln(y_i)$					

   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au millième*).

   c. En utilisant la relation $z = \ln(y)$ déterminer alors les valeurs arrondies à 10^{-3} des réels A et B tels que $y = A\mathrm{e}^{Bx}$.

   d. En utilisant l'approximation $y \approx 9,689\mathrm{e}^{0,202x}$, quel nombre d'entrées, cumulées sur la France aurait-on pu prévoir pour le film « Les bronzés 3 » sachant qu'il en a réalisé 1 140 000 en région parisienne ? On arrondira le résultat au millier d'entrées.

3. Le nombre d'entrées en fin d'exploitation pour ce film sur la France a été de 10 300 000.

   Lequel des deux ajustements semble le plus approprié ?

EXERCICE 3 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

On réalise une expérience aléatoire. A désigne un évènement et $\overline{A}$ son évènement contraire.
On pose $p(A) = x$.

1. Exprimer $p\left(\overline{A}\right)$ en fonction de x.
2. Déterminer les valeurs possibles de x sachant que : $p(A) \times p\left(\overline{A}\right) = 0,24$.

Partie B

La « Revue Spéciale d'Économie » et le « Guide des Placements en Bourse » sont deux magazines mensuels offrant à leurs lecteurs la possibilité d'abonnement communs.

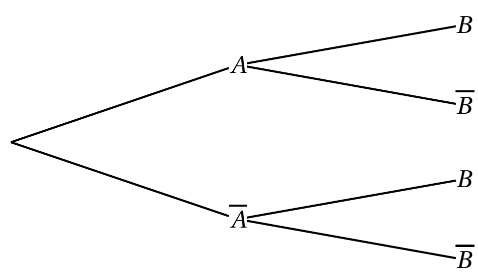
On s'intéresse à l'ensemble des lecteurs de l'une ou l'autre de ces deux revues.
Parmi ces lecteurs, certains sont abonnés. Les abonnés ont souscrit soit l'un des deux abonnements, soit les deux abonnements simultanément.
Une étude a permis de constater que :

- 60 % de l'ensemble des lecteurs ont souscrit un abonnement à la « Revue Spéciale d'Économie », et parmi eux $\frac{3}{5}$ ont aussi choisi l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse » ;
- 10 % des lecteurs n'ayant pas choisi l'abonnement à la « Revue Spéciale d'Économie », ont souscrit l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse ».

On note :
A l'évènement : « le lecteur a choisi l'abonnement à la "Revue Spéciale d'Économie" » ;
B l'évènement : « le lecteur a choisi l'abonnement au "Guide des Placements en Bourse" ».

On interroge un lecteur au hasard.

1. Déduire de l'énoncé les probabi1ités $p(A)$, $p\left(\overline{A}\right)$ et $p_{\overline{A}}(B)$.
Reproduire et compléter l'arbre suivant :



2. **a.** Traduire par une phrase l'évènement $A \cap B$. Donner sa probabilité.
b. Traduire par une phrase l'évènement $\overline{A} \cap \overline{B}$. Donner sa probabilité.

3. Calculer $p(B)$. En déduire la probabilité qu'un lecteur soit abonné à la « Revue Spéciale d'Économie » sachant qu'il est abonné au « Guide des Placements en Bourse ».

4. On interroge au hasard 3 lecteurs indépendamment les uns des autres. Calculer la probabilité pour qu'au moins l'un d'eux ait choisi l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse ».

EXERCICE 3 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère une population donnée d'une île de Bretagne se rendant régulièrement sur le continent. Deux compagnies maritimes A et B effectuent la traversée.
En 2008, 60 % de la population voyage avec la compagnie A. Les campagnes publicitaires font évoluer cette répartition. Une enquête indique alors que chaque année 20 % des clients de la compagnie A l'abandonnent au profit de la compagnie B et que 10 % des clients de la compagnie B choisissent la compagnie A.
Pour tout entier naturel n, l'état probabiliste de l'année $2008 + n$ est défini par la matrice ligne $\begin{pmatrix} x_n & y_n \end{pmatrix}$ où x_n désigne la proportion de la population qui voyage avec la compagnie A et y_n la proportion de la population qui voyage avec la compagnie B.

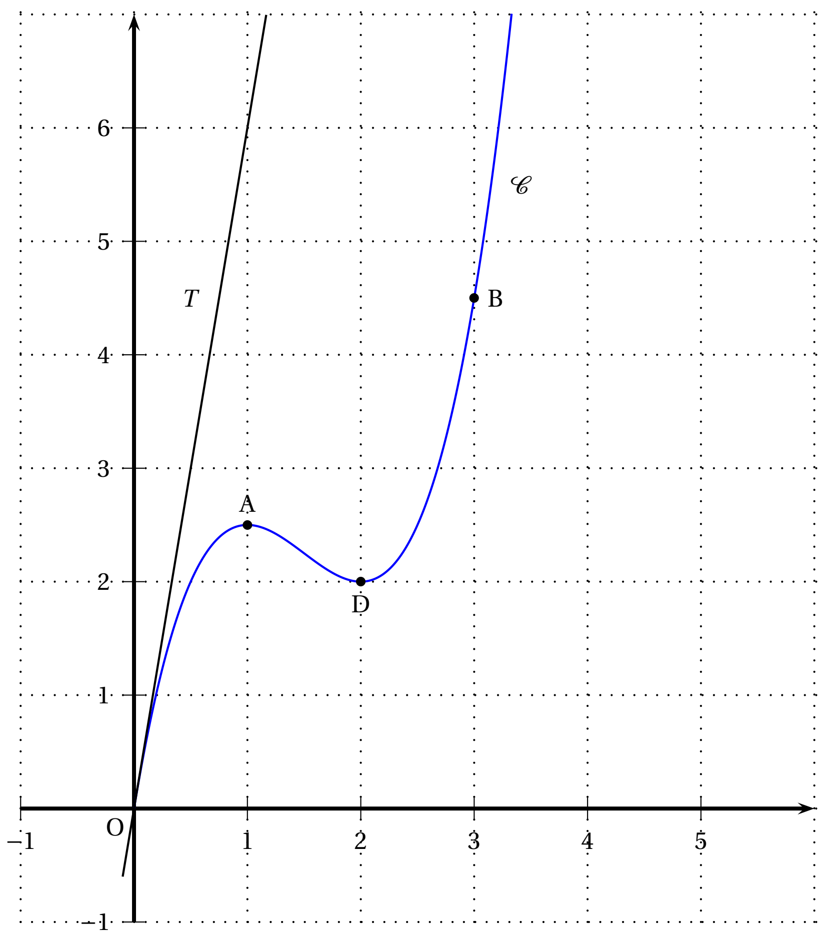
1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.

2. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en prenant les sommets A et B dans cet ordre.

3. Préciser l'état initial P_0 puis montrer que $P_1 = \begin{pmatrix}0,52 & 0,48\end{pmatrix}$.
4. Déterminer la répartition prévisible du trafic entre les compagnies A et B en 2011.
5. Déterminer l'état stable et l'interpréter.
6. Montrer que, pour tout entier naturel n, $x_{n+1} = 0,7x_n + 0,1$.
7. On admet que, pour tout entier naturel n, $x_n = \dfrac{4}{15} \times 0,7^n + \dfrac{1}{3}$.
   Déterminer la limite de la suite (x_n) et l'interpréter.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Le graphique ci-dessous représente une partie de la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction F définie et dérivable sur $[0 ; 4]$. On désigne par f la fonction dérivée de F sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par l'origine O du repère et par les points $\mathrm{A}\left(1 ; \dfrac{5}{2}\right)$, $\mathrm{B}\left(3 ; \dfrac{9}{2}\right)$ et D(2 ; 2).
La courbe $\mathscr{C}$ admet en A et en D une tangente horizontale.
On désigne par T, la tangente à $\mathscr{C}$ au point O ; cette tangente T passe par le point de coordonnées (1 ; 6).



1. Que représente la fonction F pour la fonction f ?
2. À partir du graphique et des données de l'énoncé, dresser le tableau de variations de F sur $[0 ; 3]$.

3. **a.** Déterminer graphiquement l'équation réduite de la droite T.
   b. En déduire $f(0)$.
4. Indiquer sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est positive.
5. Déterminer la valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.
6. *Dans cette question, le candidat est invité à porter sur sa copie les étapes de sa démarche même si elle n'aboutit pas.*

   Soit G une autre fonction primitive de f sur $[0;4]$, telle que $G(0) = 1$.
   Calculer $G(3)$.

Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2009

L'annexe est à rendre avec la copie.
L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Le sujet nécessite une feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1 **3 points**
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte, 0,5 *point ; pour une réponse fausse ou l'absence de réponse,* 0 *point.*

1. Un véhicule coûte 15 000 € en 2008. Il se déprécie de 10 % par an (c'est-à-dire que son prix de revente baisse de 10 % par an). Sa valeur à la vente au bout de cinq ans sera de :

• 7 500 € • 8 857,35 € • 5 000 €

2. Soit u une fonction strictement positive sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
Si $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} u(x) = 0$ alors :

• $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \ln[u(x)] = +\infty$ • $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \ln[u(x)] = -\infty$ • $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \ln[u(x)] = 0$

3. Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X :

x_i	-10	0	10
p_i	0,2	0,3	0,5

- l'espérance mathématique de cette variable est 3
- l'espérance mathématique de cette variable est -3
- l'espérance mathématique de cette variable est 0

4. Pour tout $a > 0$, $\ln 3a - \ln a$ est égale à :

• $\ln 3$ • $\ln(2a)$ • $2\ln a$

5. $\displaystyle\int_0^1 \text{e}^{2x+1}\,\text{d}x$ est égale à :

• $\text{e}^3 - 1$ • $2\text{e}^3 - 2\text{e}$ • $\dfrac{\text{e}^3 - \text{e}}{2}$

6. Pour tout réel x, e^{4+2x} est égale à :

• $\left(\text{e}^2\right)^{2x}$ • $\left(\text{e}^{x+2}\right)^2$ • $\text{e}^4 + \text{e}^{2x}$

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.
Une étude sur le taux d'équipement en téléphonie des ménages d'une ville a permis d'établir les résultats suivants :
– 90 % des ménages possèdent un téléphone fixe ;

- parmi les ménages ne possédant pas de téléphone fixe, 87 % ont un téléphone portable ;
- 80 % des ménages possèdent à la fois un téléphone fixe et un téléphone portable.

Notations : Si A *et* B *sont des évènements,* $\overline{\mathrm{A}}$ *désigne l'évènement contraire de* A *et* $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$ *la probabilité que l'évènement* A *soit réalisé sachant que l'évènement* B *l'est.*

On choisit un ménage au hasard et on note :
- F l'évènement : « le ménage possède un téléphone fixe » ;
- T l'évènement : « le ménage possède un téléphone portable ».

1. **a.** Grâce aux données de l'énoncé, donner $\mathrm{P}(\mathrm{F} \cap \mathrm{T})$, $\mathrm{P}(\mathrm{F})$ et $\mathrm{P}_{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{T})$.

   b. Calculer $\mathrm{P}_{\mathrm{F}}(\mathrm{T})$.
2. Démontrer que la probabilité de l'évènement T est $0,887$.
3. Sachant que le ménage choisi n'a pas de téléphone portable, quelle est la probabilité que ce soit un ménage possédant un téléphone fixe ?
4. On choisit successivement au hasard et de manière indépendante trois ménages.

   Quelle est la probabilité qu'il yen ait au plus deux ayant un téléphone portable ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 4}{3}$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$(unités graphiques : 2 cm).

   Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+4}{3}$.

   a. Tracer la représentation graphique d de la fonction f ainsi que la droite Δ d'équation $y = x$.

   b. En utilisant d et Δ, construire u_1, u_2 et u_3.

   c. Conjecturer $\displaystyle\lim_{n\to\infty} u_n$ à l'aide de la construction, que l'on peut imaginer, d'un grand nombre de termes de la suite (u_n).
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 4$.

   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   b. Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que $u_n = 4 - 3\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$.

   c. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne le chiffre d'affaires, exprimé en milliers d'euros, réalisé par une chaîne commerciale :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires en milliers d'euros y_i	55	58	64	85	105	112

Partie 1

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités : 2 cm pour une année en abscisse et 1 cm pour 10 milliers d'euros en ordonnée.
2. Calculer les coordonnées du point moyen $\mathrm{G}(x\ ;\ y)$ et le placer sur la figure précédente.

On décide d'effectuer deux ajustements successifs en vue de faire des prévisions.

Partie 2

1. **a.** Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite de régression D de y en x par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients à 10^{-1} près.

   b. Tracer cette droite sur le graphique de la partie 1.
2. En supposant que l'évolution constatée se maintienne, estimer le chiffre d'affaires réalisé en 2011 (on précisera la méthode utilisée).

Partie 3

On décide d'ajuster le nuage de points de la partie 1 par la courbe $\mathscr{C}_f$ représentant, dans le repère déjà défini, une fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :
$f(x) = ab^x$, où a et b sont deux nombres réels strictement positifs.

1. On impose à la courbe représentative de la fonction f de passer par les points A(0 ; 55) et B(5 ; 112).

   Calculer les valeurs exactes de a et b telles que la fonction f vérifie cette condition, puis donner la valeur approchée arrondie à 10^{-2} près de b.
2. Pour la suite, on considérera que $f(x) = 55 \times 1,15^x$ pour tout réel x de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

   Estimer grâce à ce nouvel ajustement le chiffre d'affaires, en milliers d'euros, réalisé en 2011 (on arrondira le résultat au centième).

Partie 4

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Estimer en quelle année le chiffre d'affaires aura dépassé pour la première fois 300 milliers d'euros, en utilisant successivement les ajustements affine et exponentiel des parties 2 et 3.

EXERCICE 4 **7 points**
Commun à tous les candidats

Soient f et g deux fonctions définies et dérivables sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ telles que pour tout réel x de cet intervalle :

$$f(x) = (x - \mathrm{e})(\ln x - 1) \quad \text{et} \quad g(x) = \ln x - \frac{\mathrm{e}}{x}$$

La courbe représentative de la fonction g dans un repère du plan est donnée en annexe et l'unité graphique est 2 cm .

Partie 1

1. Démontrer que la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
2. Calculer $g(\mathrm{e})$ et, grâce à la question 1, donner le signe de $g(x)$ pour tout x strictement positif.

Partie 2

1. Déterminer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.
2. On note f' la dérivée de f Démontrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout nombre réel x strictement positif.
3. Établir le tableau des variations de la fonction f.
   (*On y fera figurer les limites de la fonction f en* 0 *et en* $+\infty$).
4. Représenter graphiquement la fonction f sur la feuille annexe jointe au sujet.

Partie 3

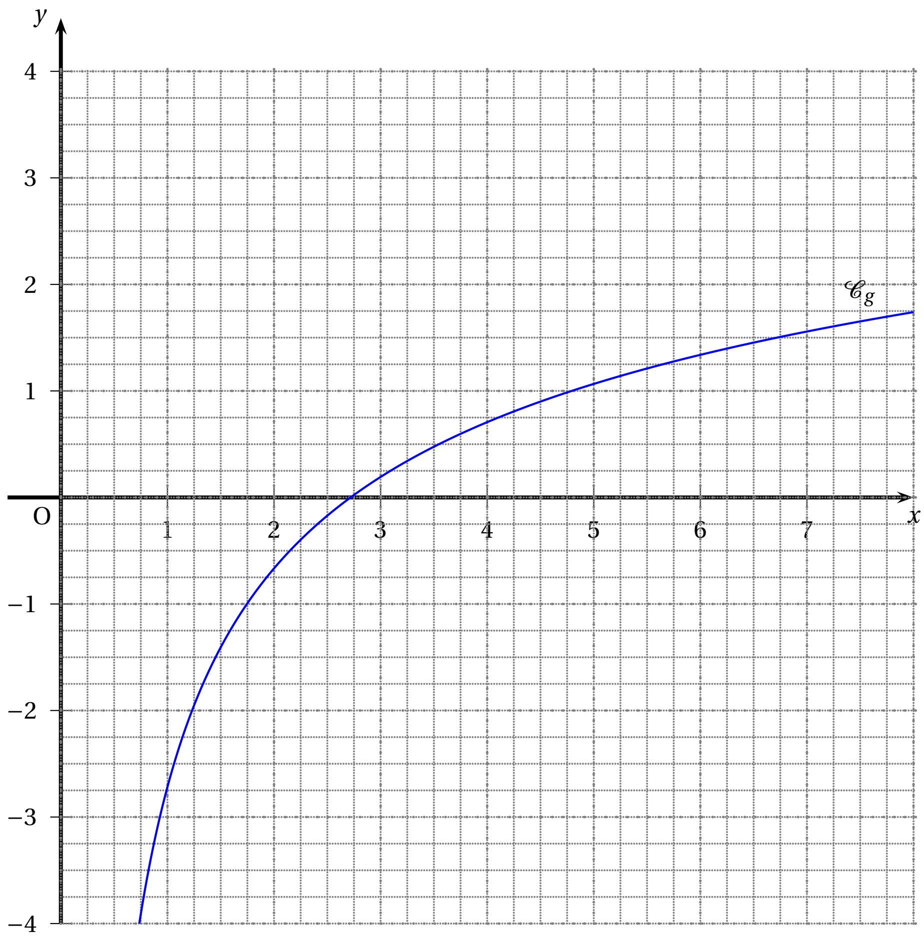
Soit F la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ telle que pour tout réel x de cet intervalle :

$$F(x) = \left(\frac{x^2}{2} - \text{e}x\right)\ln x + 2\text{e}x - \frac{3}{4}x^2$$

1. Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
2. On considère le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$ l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 1$ et $x = \text{e}$.
   a. Hachurer ce domaine sur le dessin.
   b. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_1^{\text{e}} f(x)\,\text{d}x$.
   c. En déduire une valeur approchée arrondie au centième de l'aire du domaine exprimée en cm^2.

Annexe à compléter et à rendre avec la copie

Exercice 4



Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2009

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (Questionnaire à Choix Multiples). Pour chacune des questions, une seule des réponses a, b ou c est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte, 0,5 *point ; pour une réponse fausse ou l'absence de réponse* 0 *point.*

1. J'ouvre un livret d'épargne rémunéré à un taux annuel de 3,8 % et je place de l'argent pendant deux ans : 750 € dès la première année et 850 € supplémentaires la deuxième année.
   À la fin des deux ans, je possède :

   a. 1660,80 € **b.** 1690,38 € **c.** 1723,91 €.

2. $\ln\left(\mathrm{e}^2+\mathrm{e}\right)$ est égal à :

   a. $\ln \mathrm{e}^2 + \ln \mathrm{e}$ **b.** 2,31 **c.** $1+\ln(\mathrm{e}+1)$

3. L'égalité $\ln\left(x^2+3x\right) = \ln x + \ln(x+3)$ est vraie :

   a. pour tout x réel **b.** si $x>0$ **c.** si $x<-3$ ou si $x>0$

4. On donne ci-dessous la fréquentation mensuelle des cinémas en France en 2006 en millions d'entrées :

janv.	fév.	mars	avril	mai	juin	juil.	août	sept.	oct.	nov.	déc.
14,01	22,8	15	20,9	18,4	11,9	10,2	15,2	9,9	13,5	16,7	20,4

Sources : CNC/DEPS

   On appelle M la médiane de cette série et Q_1 le premier quartile. On a :

   a. $\mathrm{M} = 2\mathrm{Q}_1$ **b.** $\mathrm{M} = \dfrac{(11,9+10,2)}{2}$ **c.** $\mathrm{M} = 15,1$

5. L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

   a. $\dfrac{-1+\mathrm{e}^2}{2}$ **b.** $1-\mathrm{e}^2$ **c.** $2\mathrm{e}^2-2$

6. f est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
   La tangente au point d'abscisse 1 à la courbe représentative de cette fonction f dans un repère du plan a comme équation réduite : $y=-x+3$.
   Alors on peut dire que :

   a. $f'(1)=3$ **b.** $f'(1)=-1$ **c.** $f(1)=3$

7. La fonction $F : x \longmapsto 5+\ln(2x+10)$ est une primitive sur $[0~;~+\infty[$ de la fonction f définie par :

   a. $f(x)=\dfrac{1}{x+5}$ **b.** $f(x)=\dfrac{1}{2x+10}$ **c.** $f(x)=5+\dfrac{1}{x+5}$

8. A et B sont deux évènements indépendants associés à une expérience aléatoire tels que :

$$P(\text{A}) \neq 0 \text{ et } P(\text{B}) = \frac{1}{2}$$

a. $P(\text{A} \cup \text{B}) = P(\text{A}) \times P(\text{B})$ **b.** $P(\text{A} \cup \text{B}) = P(\text{A}) + P(\text{B})$ **c.** $P_{\text{A}}(B) = \frac{1}{2}$

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne les taux d'équipement des ménages français en lecteurs de DVD, de 1998 à 2006.

année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
rang de l'année x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
pourcentage y	0,2	1,5	4,9	12,0	23,3	41,6	59,9	75,0	76,9

Sources : GIK-CNC/DEPS

PARTIE I

1. Représenter la série $(x\,;\ y)$ sur le graphique en annexe 1.
2. Donner, sans justification, une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients à $0,001$ près).
3. Donner une estimation du taux d'équipement des ménages français en 2010 en utilisant cet ajustement. Que pensez-vous du résultat ?

PARTIE II

On admettra que la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\ +\infty[$ par

$$f(t) = \frac{82,75}{1 + 116,8\text{e}^{-t}}$$

représentée sur le graphique en annexe 1 réalise un bon ajustement de cette série.

1. **a.** Déterminer le sens de variation de cette fonction.

   b. Donner, en utilisant ce nouvel ajustement, le taux d'équipement prévu en 2010 et en 2012.

   (On arrondira le résultat au centième).
2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   En utilisant ce modèle, peut-on estimer que le taux d'équipement des ménages atteindra 90 % ? Si oui, en quelle année ?

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne, d'après un échantillon de 800 personnes interrogées en 2005, un aperçu de la lecture de la presse quotidienne en France.

	Tous les jours ou presque	Une ou deux fois par semaine	Seulement pendant certaines périodes	Rarement	Jamais	Total
Agriculteurs exploitants	1	10	2	8	79	100
Artisans, commerçants, chefs d'entreprise	11	11	5	7	66	100
Cadres	17	16	10	18	39	100
Professions intermédiaires	8	15	7	15	55	100
Employés	6	7	4	9	74	100
Ouvriers (y compris agricoles)	4	5	3	5	83	100
Retraités	6	7	2	6	79	100
Autres inactifs	5	9	4	9	73	100
Total en effectif	58	80	37	77	548	800
Pourcentages du total	7,25 %	10 %	4,625 %			

Sources : INSEE/DEPS

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme décimale et éventuellement arrondis à $0,001$ *près.*

PARTIE I

1. La dernière ligne du tableau ci-dessus représente la part de chaque catégorie par rapport à l'échantillon total. Calculer les valeurs manquantes de cette dernière ligne.
2. Donner la probabilité qu'une personne choisie au hasard parmi les cadres ne lise jamais.

PARTIE II

On choisit au hasard une personne dans cet échantillon de 800 personnes. Dans cette partie, on note les évènements suivants :

B l'évènement : « la personne choisie ne lit jamais » ;
R l'évènement : « la personne choisie est retraitée » ;
C l'évènement : « la personne choisie est cadre ».

1. Calculer la probabilité de l'évènement $B \cap R$.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $B \cup C$.

PARTIE III

On s'intéresse maintenant uniquement aux personnes lisant la presse tous les jours ou presque.

1. On choisit au hasard une personne dans cet ensemble. Quelle est la probabilité que cette personne soit cadre ?
2. On choisit au hasard et de manière indépendante trois de ces personnes. Calculer la probabilité que parmi ces trois personnes, deux exactement soient cadres.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Par suite d'une forte augmentation du prix des carburants de 2007 à 2008, certains salariés d'une entreprise changent de mode de déplacement pour se rendre sur leur lieu de travail.
En 2007, 60 % des salariés utilisaient leur voiture personnelle.
En 2008, 30 % des salariés utilisant leur voiture en 2007 ne l'utilisent plus et 5 % des personnes ne l'utilisant pas en 2007 l'utilisent en 2008.

On appelle les états suivants :

A l' état : « la personne utilise sa voiture » ;

B l' état : « la personne n'utilise pas sa voiture ».

On suppose que cette évolution se poursuit d'une année à l'autre à partir de 2008 et on appelle, pour tout entier naturel n, P_n, la matrice ligne donnant l'état probabiliste des moyens de déplacement des salariés de cette entreprise au cours de l'année $(2007+n)$.
On pose $P_n = (a_n \;\; b_n)$ et on a $P_0 = (0,6 \;\; 0,4)$.

1. Tracer un graphe probabiliste représentant la situation décrite ci-dessus.
2. Donner la matrice de transition correspondant à ce graphe probabiliste, en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
3. En supposant que cette évolution se poursuive et en utilisant la question précédente, quelle est la probabilité qu'un salarié de cette entreprise utilise sa voiture personnelle en 2009 ? En 2010 ?

   (On arrondira les résultats obtenus au centième).
4. **a.** Démontrer que pour tout entier naturel n, on a la relation : $a_{n+1} = 0,7a_n + 0,05b_n$.

   En déduire que $a_{n+1} = 0,65a_n + 0,05$.

   b. On admet que a_n peut alors s'écrire, pour tout entier naturel n,
   $a_n = \dfrac{1}{7} + \dfrac{16}{35} \times 0,65^n$.
   Vérifier la validité de cette formule pour a_0, a_1 et a_2.
5. **a.** Déterminer la limite de la suite (a_n).

   b. En supposant que cette évolution se poursuive, est-il possible d'envisager qu'à terme aucun des salariés de cette entreprise n'utilise sa voiture personnelle pour aller au travail ?
   Justifier la réponse.

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

PARTIE I : ÉTUDE D'UNE FONCTION

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ telle que pour tout réel x de cet intervalle :

$$f(x) = 5(1-\ln x)(\ln x - 2)$$

et dont la représentation graphique est donnée en annexe 2.

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Les valeurs exactes sont demandées.
2. **a.** Déterminer le signe de l'expression $5(1-X)(X-2)$ suivant les valeurs du réel X.

   b. En déduire que le signe de $f(x)$ est donné pour tout réel de l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par le tableau suivant :

x	0		e		e^2		$+\infty$
signe de $f(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

3. **a.** On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

   Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{5(3-2\ln x)}{x}$ pour tout x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

   b. En déduire les variations de f. On précisera la valeur exacte du maximum de f et la valeur exacte de x pour laquelle il est atteint.

4. Calculer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.
5. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ puis donner une valeur approchée arrondie à $0,01$ près de ces solutions.

PARTIE II : APPLICATION

Une entreprise fabrique et revend des jouets.
$f(x)$ représente le résultat (bénéfice ou perte) en milliers d'euros qu'elle réalise lorsqu'elle fabrique x centaines de jouets, pour x compris entre 1 et 10, f désignant la fonction étudiée dans la partie I.

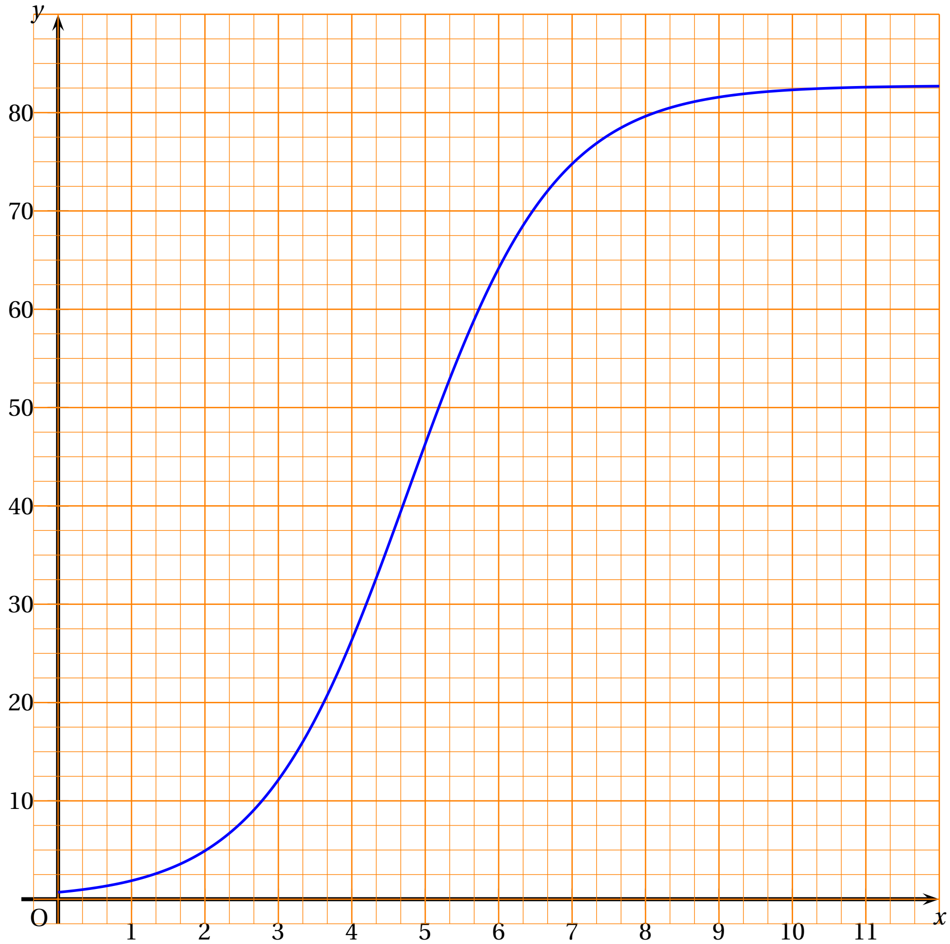
1. Déterminer, à un jouet près, les quantités à produire pour ne pas travailler à perte.

   Interpréter concrètement le résultat de la question I. 2. Comment le lit-on sur le graphique ?
2. Cette entreprise veut réaliser un bénéfice supérieur ou égal à 1 000 euros.

   Combien de jouets doit-elle fabriquer ? Justifier la réponse.

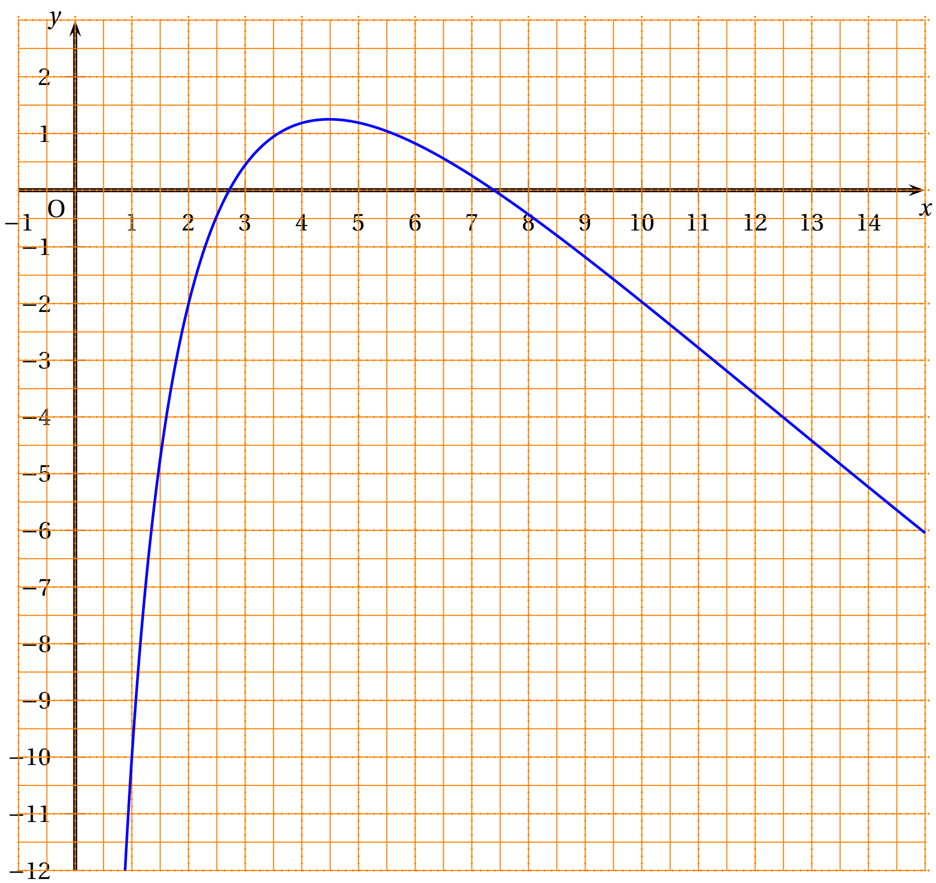
ANNEXE 1 (à compléter et à rendre avec la copie

Exercice 2 (commun à tous les candidats)



ANNEXE 2 (à compléter et à rendre avec la copie

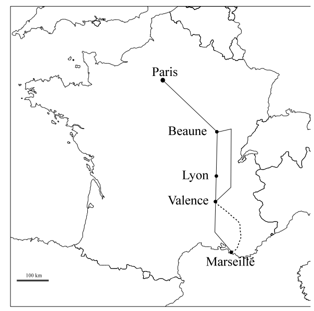
Exercice 4 (commun à tous les candidats)



Baccalauréat ES Pondichéry 21 avril 2010

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

Lors des journées « rouges » selon Bison Futé, l'autoroute qui relie Paris à Marseille est surchargée. Il est donc conseillé de prendre un itinéraire de délestage entre Beaune et Valence (qui ne passe pas par Lyon) afin d'éviter les éventuels « bouchons » autoroutiers.
Entre Valence et Marseille il est également conseillé de prendre la route départementale représentée par des pointillés sur la carte.
Bison Futé a publié les résultats d'une étude portant sur les habitudes des automobilistes sur le trajet entre Paris et Marseille lors de ces journées « rouges ». Il s'avère que :



- 40 % des automobilistes prennent l'itinéraire de délestage entre Beaune et Valence ;
- parmi les automobilistes ayant suivi l'itinéraire de délestage entre Beaune et Valence, 30 % prennent la route départementale de Valence à Marseille ;
- parmi les automobilistes n'ayant pas suivi l'itinéraire de délestage entre Beaune et Valence, 60 % prennent la route départementale de Valence à Marseille.

On note :
B l'évènement « l'automobiliste prend l'itinéraire de délestage entre Beaune et Valence » et $\overline{B}$ l'évènement contraire ;
V l'évènement « l'automobiliste prend la route départementale entre Valence et Marseille » et $\overline{V}$ l'évènement contraire.

1. **a.** Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

   b. Montrer que la probabilité de l'évènement $\overline{B} \cap \overline{V}$ est $p\left(\overline{B} \cap \overline{V}\right) = 0,24$ et interpréter ce résultat.

   c. Calculer la probabilité que l'automobiliste ne choisisse pas la route départementale entre Valence et Marseille.

2. On donne les temps de parcours suivants :

   Paris – Beaune (par autoroute) : 4 heures ;

   Beaune – Valence (par autoroute, en passant par Lyon) : 5 heures ;

   Beaune – Valence (par itinéraire de délestage, en ne passant pas par Lyon) : 4 heures ;

   Valence – Marseille (par autoroute) : 5 heures ;

   Valence – Marseille (par la route départementale) : 3 heures.

   a. Calculer les temps de parcours entre Paris et Marseille, selon l'itinéraire choisi.
   Recopier sur la copie et compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la durée du trajet pour se rendre de Paris à Marseille selon l'itinéraire choisi.

Temps en heures	11			14
Probabilité				0,24

b. Calculer l'espérance de cette loi en heures et en donner une interprétation (la conversion en heure minute seconde n'est pas attendue).

EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

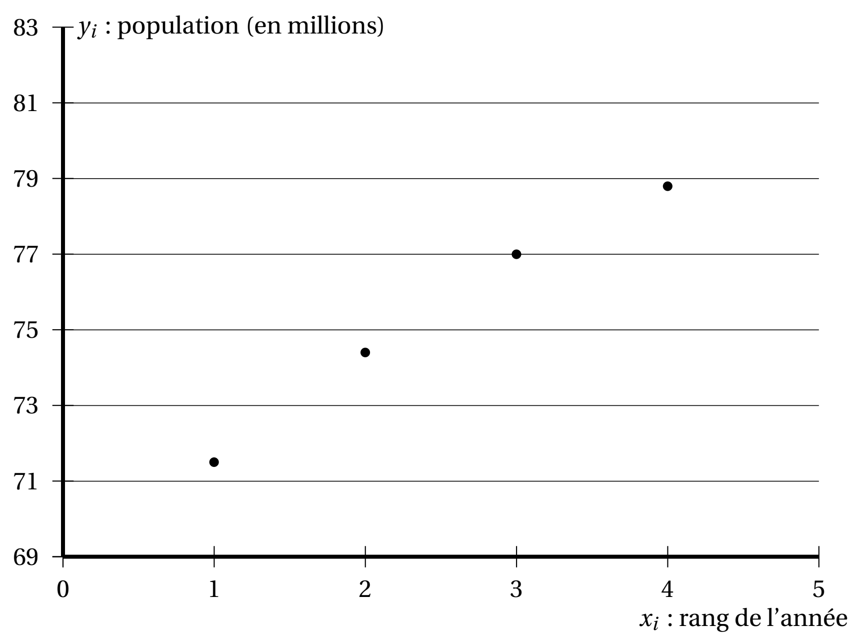
Partie A

Le tableau ci-dessous donne l'évolution, par période de cinq ans, de la population globale des deux Allemagnes (R. F. A. et R. D. A.) de 1958 à 1973.

Année	1958	1963	1968	1973
Rang de l'année x_i $\quad 1 \leqslant i \leqslant 4$	1	2	3	4
Population des deux Allemagnes y_i en millions d'habitants $1 \leqslant i \leqslant 4$	71,5	74,4	77	78,8

Source : INSEE

Ces données sont représentées par le nuage de points ci-dessous :



L'allure de ce nuage suggère un ajustement affine.

1. Déterminer, en utilisant une calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au centième).
2. En 1993, la population globale de l'Allemagne réunifiée s'élevait à 81 millions d'habitants.

   L'ajustement proposé est-il adapté ?

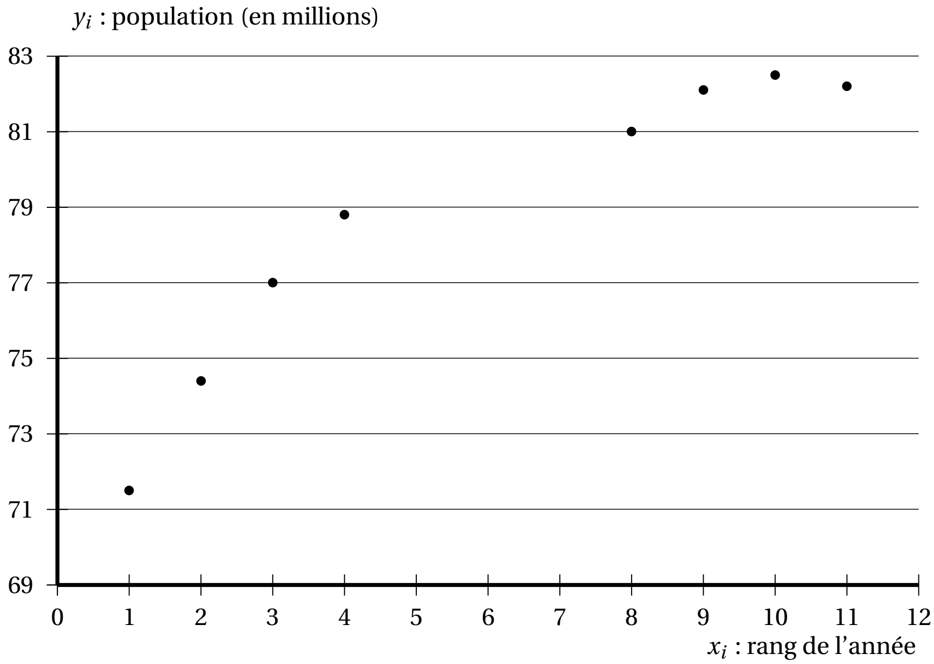
Partie B

On étudie ci-dessous l'évolution de la population de l'Allemagne sur une période plus étendue (à partir de 1990, il s'agit de la population de l'Allemagne réunifiée).

Année	1958	1963	1968	1973	1993	1998	2003	2008
Rang de l'année x_i, $1 \leqslant i \leqslant 11$	1	2	3	4	8	9	10	11
Population de l'Allemagne y_i en millions d'habitants $1 \leqslant i \leqslant 11$	71,5	74,4	77	78,8	81	82,1	82,5	82,2

Source : INSEE

Ces données sont représentées par le nuage de points ci-dessous :



Au vu de l'allure du nuage, un ajustement logarithmique semble plus approprié.
Pour cela on pose $z_i = \mathrm{e}^{\frac{y_i}{100}}$, pour $1 \leqslant i \leqslant 11$.

1. Recopier sur la copie et compléter la dernière ligne du tableau ci-dessous (les résultats seront arrondis au centième).

Année	1958	1963	1968	1973	1993	1998	2003	2008
Rang de l'année x_i, $1 \leqslant i \leqslant 11$	1	2	3	4	8	9	10	11
$z_i = \mathrm{e}^{\frac{y_i}{100}}$ (arrondi au centième) $1 \leqslant i \leqslant 11$								

2. En déduire, en utilisant la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. On donnera la réponse sous la forme $z = ax + b$, les coefficients a et b seront arrondis au centième.

3. En déduire que l'ajustement logarithmique recherché est donné par l'équation $y = 100\ln(0,02x + 2,07)$.

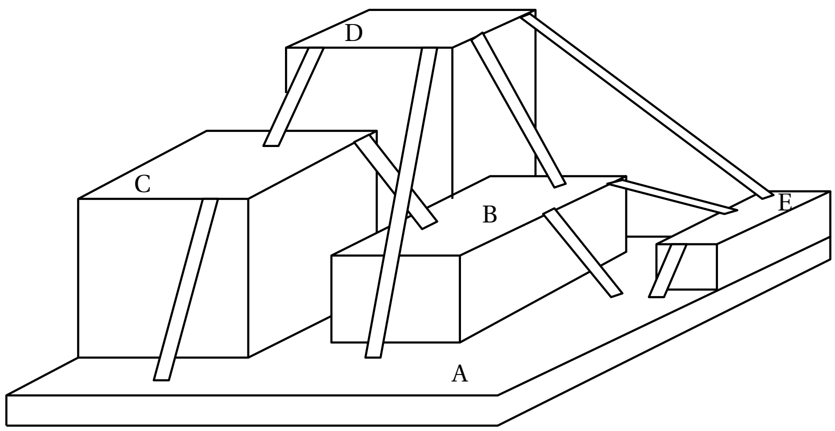
4. À l'aide de ce nouvel ajustement, donner une estimation de la population de l'Allemagne en 2013.

EXERCICE 2 **5 points**

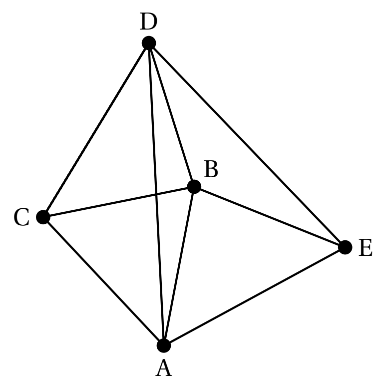
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère un espace de jeu réservé à des enfants.

Les enfants peuvent se déplacer sur cinq plates-formes notées A, B, C, D et E.
Ces plates-formes sont reliées entre elles par un certain nombre de rampes, comme indiqué sur le schéma ci-dessous :



On représente cet espace de jeu par le graphe G ci-contre :
Une plate-fonne est représentée par un sommet et une rampe est représentée par une arête.



Partie A

1. Donner un sous-graphe complet d'ordre 4 du graphe G.
2. En déduire un encadrement du nombre chromatique du graphe G, Justifier la réponse.
3. Proposer une coloration du graphe G en expliquant la méthode utilisée.
4. En déduire la valeur du nombre chromatique du graphe G.

Partie B

1. Ce graphe est-il connexe ? Est-il complet ? Justifier les réponses.
2. Ce graphe contient-il une chaine eulérienne ? Justifier la réponse.
3. Si on rajoute une arête à ce graphe, quels sommets peut-on alors relier pour que le graphe obtenu contienne un cycle eulérien ? Justifier la réponse.

Partie C

On décide de peindre les surfaces des cinq plates-formes en attribuant des couleurs différentes à deux plates-formes reliées par une rampe.

1. Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaire ? Justifier la réponse.
2. On propose aux enfants le jeu suivant : il s'agit de partir de la plateforme C et de rejoindre la plateforme E en utilisant toutes les rampes, et sans passer deux fois par la même rampe.

   Proposer un chemin remplissant les conditions exposées ci-dessus.

3. Pour faciliter le déplacement des enfants dans cet espace de jeu, on décide d'installer une nouvelle rampe. Où peut-on placer cette rampe pour obtenir l'existence d'un chemin qui, partant d'une plate-fonne donnée, emprunte une et une seule fois chaque rampe pour revenir à la plate-fonne initiale ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

On considère la fonction A définie sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$ par

$$A(x) = \frac{4}{1 - \mathrm{e}^{-0,039x}}.$$

1. Calculer la limite de $A(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
2. On admet que la fonction A est dérivable sur $[1\ ;\ +\infty[$ et on note A' sa fonction dérivée sur cet intervalle. Montrer que, pour tout x appartenant à $[1\ ;\ +\infty[$ on a

$$A'(x) = \frac{-0,156\mathrm{e}^{-0,039x}}{\left(1 - \mathrm{e}^{-0,039x}\right)^2}.$$

3. Justifier que $A'(x) < 0$ pour tout x appartenant à $[1\ ;\ +\infty[$.
   Dresser le tableau de variations de A sur $[1\ ;\ +\infty[$.

Partie B

Un particulier souhaite réaliser auprès d'une banque un emprunt d'un montant de 100 000 € à un taux annuel fixé.
On admet que, si l'on réalise cet emprunt sur une durée de n années ($n \geqslant 1$), le montant d'une annuité (somme à rembourser chaque année, pendant n ans) est donné en milliers d'euros par

$$A(n) = \frac{4}{1 - \mathrm{e}^{-0,039n}}$$

Pour un emprunt fait sur n années ($n \geqslant 1$), on note :
$S(n)$ le montant total payé à la banque au bout des n années (en milliers d'euros) ;
$I(n)$ le total des intérêts payés à la banque au bout des n années (en milliers d'euros).

Dans les questions qui suivent, on donnera les résultats arrondis au millième.

1. Calculer $A(1)$, $A(10)$ et $A(20)$ et interpréter ces résultats.
2. Démontrer que $I(n) = \dfrac{4n}{1 - \mathrm{e}^{-0,039n}} - 100$ pour tout $n \geqslant 1$.
3. Recopier et compléter le tableau suivant sur votre feuille.

Durée de l'emprunt n	10 ans	15 ans	20 ans
Montant d'une annuité $A(n)$			
Montant $S(n)$ des n annuités payées à la banque			
Intérêts $I(n)$ versés à la banque			

4. Pour faciliter l'étude des valeurs de $A(n)$, $S(n)$ et $I(n)$, on utilise les fonctions A, S et I définies sur $[1 ; 20]$ par :

$$A(x) = \frac{4}{1-\mathrm{e}^{-0,039x}} \quad ; \quad S(x) = \frac{4x}{1-\mathrm{e}^{-0,039x}} \quad ; \quad I(x) = \frac{4x}{1-\mathrm{e}^{-0,039x}} - 100.$$

On a représenté respectivement en ANNEXE 1 ci-après les fonctions A et S par les courbes $\mathscr{C}_A$ et $\mathscr{C}_S$ sur l'intervalle $[1 ; 20]$.

a. Expliquer comment utiliser le graphique de l'ANNEXE 1 pour retrouver $I(10)$.

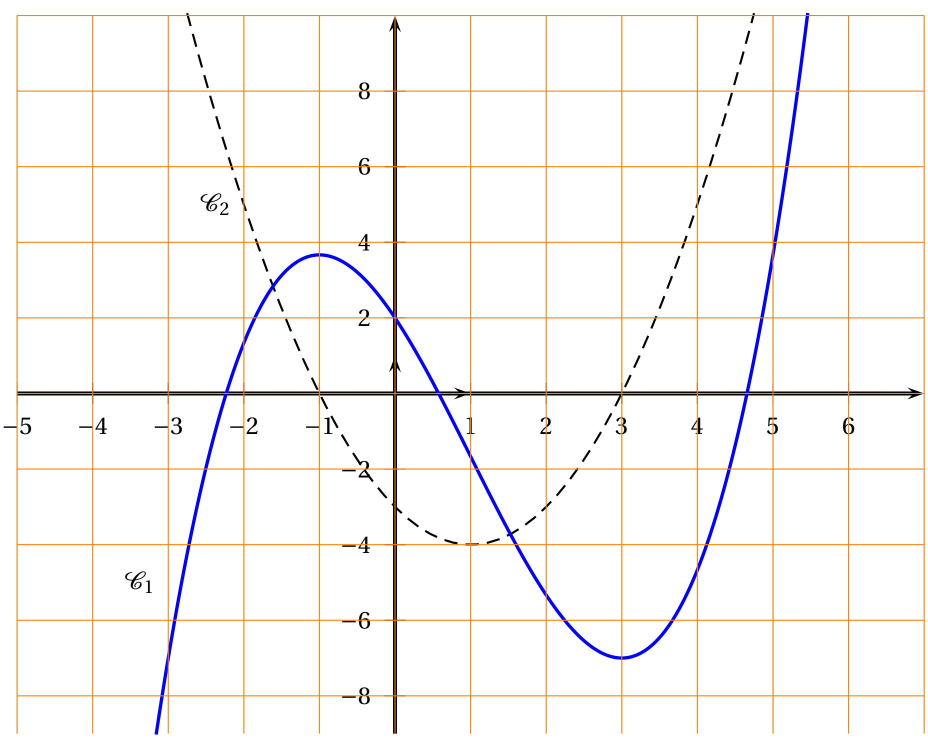
b. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Expliquer comment déterminer graphiquement sur l'ANNEXE 1 le sens de variation du montant total des intérêts à payer en fonction de la durée du remboursement de l'emprunt.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A : Étude graphique

Les courbes représentatives d'une fonction f et de sa fonction dérivée f' sont données ci-dessous.
Associer chaque courbe $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ à la fonction qu'elle représente. Justifier votre réponse.



PARTIE B : Constructions

Dans cette partie toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. Chacun des tracés sera brièvement expliqué.

1. Sur l'ANNEXE 2, construire une courbe pouvant représenter une fonction g vérifiant les conditions suivantes :

g est dérivable sur l'intervalle $[-3~;~3]$ et l'équation $g'(x) = 0$ admet trois solutions sur $[-3~;~3]$.

2. Sur l'ANNEXE 2, construire une courbe pouvant représenter une fonction h définie et continue sur $[-3~;~3]$ et vérifiant les conditions suivantes :

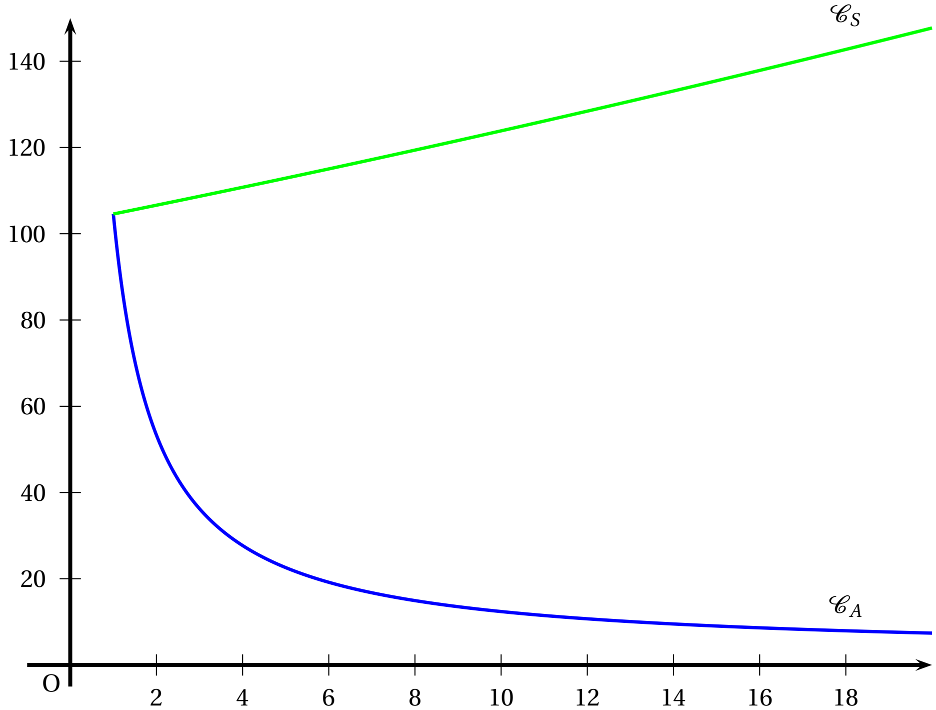
x	-3		0		2		3
$\ln[h(x)]$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

3. Sur l'ANNEXE 2, construire une courbe pouvant représenter une fonction k définie et continue sur $[-3~;~3]$ et vérifiant les conditions suivantes :

$$4 \leqslant \int_1^3 k(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 6.$$

ANNEXE 1 : exercice 3

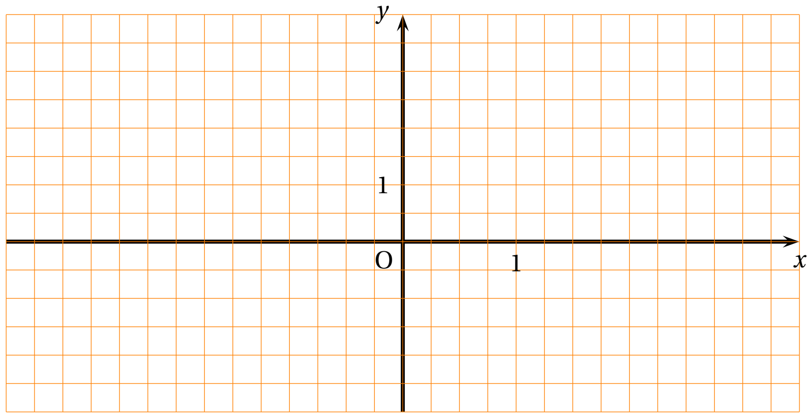
À rendre avec la copie



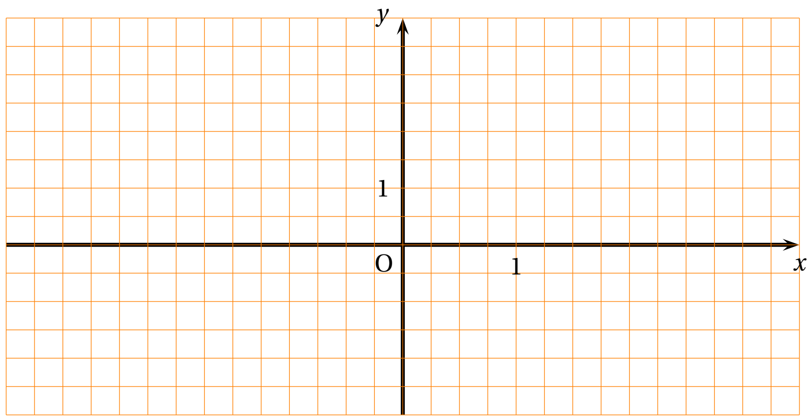
ANNEXE 2 : exercice 4

À rendre avec la copie

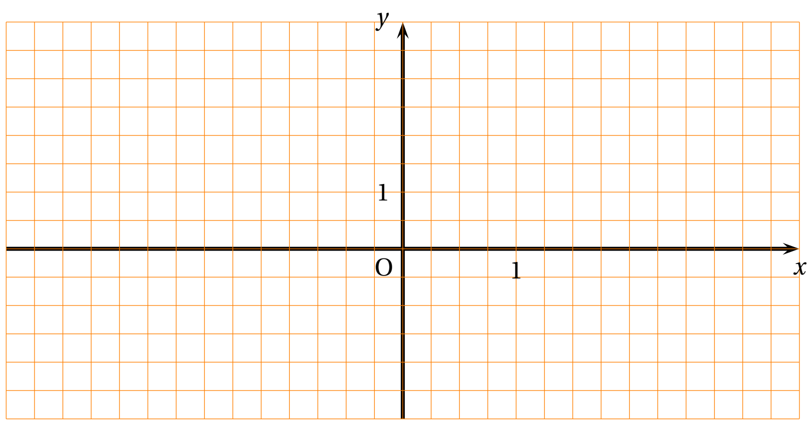
Partie B a.



Partie B b.



Partie B c.

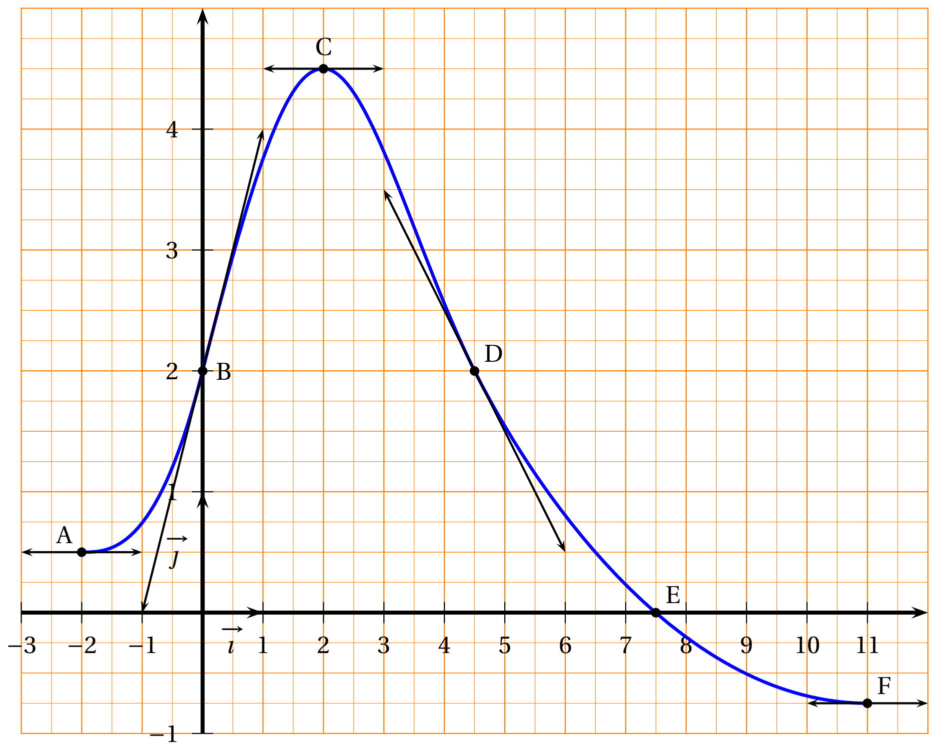


Baccalauréat ES Amérique du Nord 3 juin 2010

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2~;~11]$, et on donne sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, figure ci-dessous.



On sait que la courbe $\mathcal{C}_f$ passe par les points A$(-2~;~0,5)$, B$(0~;~2)$, C$(2~;~4{,}5)$, D$(4{,}5~;~2)$, E$(7{,}5~;~0)$ et F$(11~;~-0,75)$.

Les tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ aux points A, B, C, D et F sont représentées sur la figure.

On utilisera les informations de l'énoncé et celles lues sur la figure pour répondre aux questions.

*Pour chacune des questions, une seule des réponses **A, B** ou **C** est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte* 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note est ramenée à O.*

1. $f'(0)$ est égal à :

   A : $\dfrac{1}{2}$ **B :** 2 **C :** 4

2. $f'(x)$ est strictement positif sur l'intervalle :

   A : $]0~;~11[$ **B :** $]0~;~7{,}5[$ **C :** $]-2~;~2[$

3. Une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point D est :

   A : $y=-x+6,5$ **B :** $y=x-6,5$ **C :** $y=-2x+11$

4. Une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[-2~;~11]$:
   A : admet un maximum en $x = 2$.
   B : est strictement croissante sur l'intervalle $[-2~;~7,5]$.
   C : est strictement décroissante sur l'intervalle $]2~;~11[$.
5. Sur l'intervalle $[-2~;~11]$, l'équation $\exp[f(x)] = 1$:
   A : admet une solution.
   B : admet deux solutions.
   C : n'admet aucune solution.

EXERCICE 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Un commerçant spécialisé en photographie numérique propose en promotion un modèle d'appareil photo numérique et un modèle de carte mémoire compatible avec cet appareil.
Il a constaté, lors d'une précédente promotion, que :

- 20 % des clients achètent l'appareil photo en promotion.
- 70 % des clients qui achètent l'appareil photo en promotion achètent la carte mémoire en promotion.
- 60 % des clients n'achètent ni l'appareil photo en promotion, ni la carte mémoire en promotion.

On suppose qu'un client achète au plus un appareil photo en promotion et au plus une carte mémoire en promotion.
Un client entre dans le magasin.
On note A l'évènement : « le client achète l'appareil photo en promotion ».
On note C l'évènement : « le client achète la carte mémoire en promotion ».

1. **a.** Donner les probabilités $p\left(\overline{\text{A}}\right)$ et $p\left(\overline{\text{A}} \cap \overline{\text{C}}\right)$.
   b. Un client n'achète pas l'appareil photo en promotion. Calculer la probabilité qu'il n'achète pas non plus la carte mémoire en promotion.
2. Construire un arbre pondéré représentant la situation.
3. Montrer que la probabilité qu'un client achète la carte mémoire en promotion est $0,34$.
4. Un client achète la carte mémoire en promotion. Déterminer la probabilité que ce client achète aussi l'appareil photo en promotion.
5. Le commerçant fait un bénéfice de 30 € sur chaque appareil photo en promotion et un bénéfice de 4 € sur chaque carte mémoire en promotion.
   a. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité du bénéfice par client. Aucune justification n'est demandée.

Bénéfice par client en euros	0			
Probabilité d'atteindre le bénéfice	0,6			

   b. Pour 100 clients entrant dans son magasin, quel bénéfice le commerçant peut-il espérer tirer de sa promotion ?
6. Trois clients entrent dans le magasin. On suppose que leurs comportements d'achat sont indépendants.
   Déterminer la probabilité qu'au moins un de ces trois clients n'achète pas l'appareil photo en promotion.

Exercice 3 **5 points**

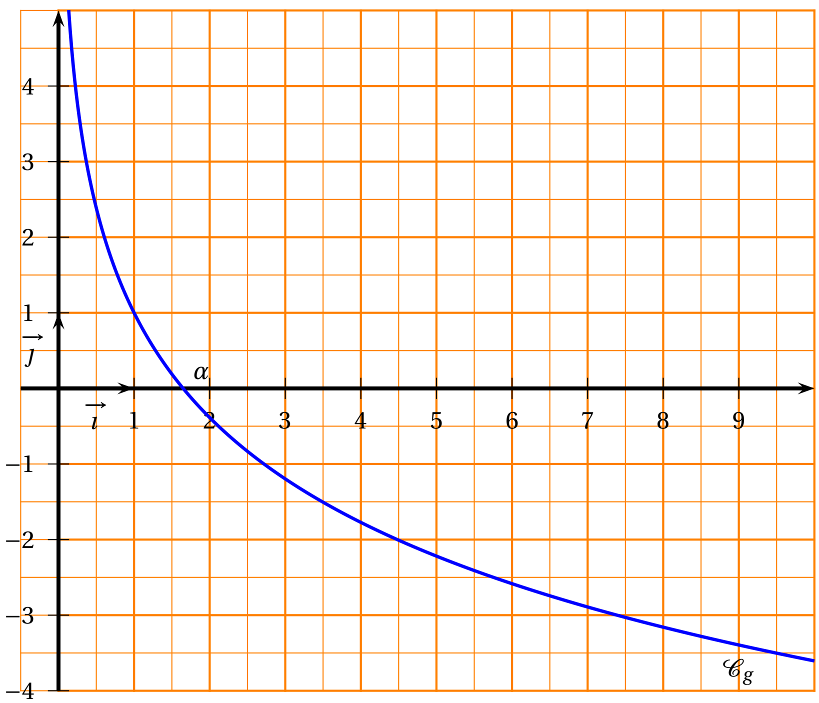
Commun à tous les candidats

Partie A - Étude préliminaire

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par

$$g(x) = 1 - 2\ln(x).$$

On donne ci-dessous sa courbe représentative $\mathcal{C}_g$ dans un repère orthonormé $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.
Cette courbe $\mathcal{C}_g$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse α.



1. Déterminer la valeur exacte de α.
2. On admet que la fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
   Donner, en justifiant, le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

Partie B - Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2\ln(x)+1}{x}$.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on rappelle que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0$).
   On admettra que $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$.
2. **a.** Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de la fonction f.
3. **a.** Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
   On pourra remarquer que $f(x) = 2 \times \dfrac{1}{x} \times \ln(x) + \dfrac{1}{x}$.
   b. Soit $\text{I} = \dfrac{1}{4}\displaystyle\int_1^5 f(x)\,\text{d}x$. Déterminer la valeur exacte de I, puis en donner une valeur approchée au centième près.

Partie C - Application économique

Dans cette partie, on pourra utiliser certains résultats de la partie B.

Une entreprise de sous-traitance fabrique des pièces pour l'industrie automobile. Sa production pour ce type de pièces varie entre 1 000 et 5 000 pièces par semaine, selon la demande.
On suppose que toutes les pièces produites sont vendues.
Le bénéfice unitaire, en fonction du nombre de pièces produites par semaine, peut être modélisé par la fonction f définie dans la partie B, avec x exprimé en milliers de pièces et $f(x)$ exprimé en euros.

1. Déterminer, au centime près, la valeur moyenne du bénéfice unitaire pour une production hebdomadaire comprise entre 1 000 et 5 000 pièces.
2. *Dans cette question, la réponse sera soigneusement justifiée. Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Pour quelle(s) production(s), arrondie(s) à l'unité près, obtient-on un bénéfice unitaire égal à 1,05 € ?

EXERCICE 4 **5 points**
Candidat n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Craignant une propagation de grippe infectieuse, un service de santé d'une ville de 50 000 habitants a relevé le nombre de consultations hebdomadaires concernant cette grippe dans cette ville pendant 7 semaines. Ces semaines ont été numérotées de 1 à 7.
On a noté x_i les rangs successifs des semaines et y_i le nombre de consultations correspondant :

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de consultations : y_i	540	720	980	1 320	1 800	2 420	3 300

1. Tracer le nuage de points sur une feuille de papier millimétré, on prendra 2 cm pour une unité en x et 1 cm pour 200 en y. Un modèle d'ajustement affine a été rejeté par le service de santé. Pourquoi ?
2. Pour effectuer un ajustement exponentiel, on décide de considérer les $z_i = \ln(y_i)$. Reproduire et compléter le tableau suivant sur votre copie en arrondissant les z_i à $0,01$ près. Il n'est pas demandé de tracer le nuage de points correspondant.

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i)$							

3. Trouver à la calculatrice l'équation de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés reliant z et x (les coefficients obtenus par la calculatrice seront donnés à 0,1 près) puis déduire y en fonction de x (on donnera le résultat sous la forme $y = \mathrm{e}^{ax+b}$, a et b étant deux réels).
4. En utilisant ce modèle, trouver par le calcul :
   a. Une estimation du nombre de consultations à la 10$^{\text{ème}}$ semaine (arrondir à l'unité).
   b. La semaine à partir de laquelle le nombre de consultations dépassera le quart de la population.

5. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

En observant les valeurs données par le modèle exponentiel grâce à un tableau obtenu à l'aide d'une calculatrice, expliquer si ce modèle reste valable sur le long terme.

EXERCICE 4 — 5 points

Candidat ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pendant ses vacances d'été, Alex a la possibilité d'aller se baigner tous les jours. S'il va se baigner un jour, la probabilité qu'il aille se baigner le lendemain est de $0,7$.
S'il ne va pas se baigner un jour, la probabilité qu'il aille se baigner le lendemain est de $0,9$. Le premier jour de ses vacances, Alex va se baigner.

n étant un entier naturel non nul, on note :

- a_n la probabilité qu'Alex n'aille pas se baigner le n-ième jour.
- b_n la probabilité qu'Alex aille se baigner le n-ième jour.
- $P_n = (a_n \quad b_n)$ la matrice ligne traduisant l'état probabiliste le n-ième jour.

On a donc $P_1 = (0 \quad 1)$

1. **a.** Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B (B représentant l'état « Alex va se baigner »).

b. Soit M la matrice de transition associée à ce graphe. Recopier et compléter $M = \begin{pmatrix} 0,1 & \dots \\ \dots & 0,7 \end{pmatrix}$

2. Calculer P_3, P_{10} et P_{20}. Quelle conjecture peut-on faire ?

3. **a.** Montrer que pour tout entier n non nul, $b_{n+1} = 0,9a_n + 0,7b_n$.

b. En déduire que : $b_{n+1} = -0,2b_n + 0,9$.

4. On considère la suite u définie pour tout entier n non nul par $u_n = b_n - 0,75$.

a. Montrer que u est une suite géométrique de raison $-0,2$; on précisera son premier terme.

b. Déterminer la limite de la suite u.

c. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} b_n$.

5. On suppose dans cette question que le premier jour de ses vacances, Alex ne va pas se baigner. Quelle est la probabilité qu'il aille se baigner le 20[e] jour de ses vacances ?

Baccalauréat ES Liban
31 mai 2010

Exercice 1 **4 points**
Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B, C ou D est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note est ramenée à* 0.

1. A et B sont deux évènements indépendants et on sait que $p(A) = 0,5$ et $p(B) = 0,2$.
La probabilité de l'évènement $A \cup B$ est égale à :

Réponse A : 0,1	Réponse B : 0,7
Réponse C : 0,6	Réponse D : on ne peut pas savoir

2. Dans un magasin, un bac contient des cahiers soldés. On sait que 50 % des cahiers ont une reliure spirale et que 75 % des cahiers sont à grands carreaux. Parmi les cahiers à grands carreaux, 40 % ont une reliure spirale.
Adèle choisit au hasard un cahier à reliure spirale. La probabilité qu'il soit à grands carreaux est égale à :

Réponse A : 0,3	Réponse B : 0,5
Réponse C : 0,6	Réponse D : 0,75

Dans les questions 3. et 4., on suppose que dans ce magasin, un autre bac contient une grande quantité de stylos-feutres en promotion. On sait que 25 % de ces stylos-feutres sont verts. Albert prélève au hasard et de manière indépendante 3 stylos-feutres.

3. La probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'il prenne au moins un stylo-feutre vert est égale à :

Réponse A : 0,250	Réponse B : 0,422
Réponse C : 0,578	Réponse D : 0,984

4. La probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'il prenne exactement 2 stylos-feutres verts est égale à :

Réponse A : 0,047	Réponse B : 0,063
Réponse C : 0,141	Réponse D : 0,500

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = x + k\mathrm{e}^{ax} \text{ où } k \text{ et } a \text{ sont des nombres fixés.}$$

Sur la figure donnée en annexe, la courbe $\mathscr{C}$ représentant la fonction g et la droite D d'équation $y = x$ sont tracées dans un repère orthogonal (unités : 2 cm pour l'axe des abscisses, 1 cm pour l'axe des ordonnées).
Le point E a pour coordonnées $(0\,;\,6)$ et le point F a pour coordonnées $(3\,;\,0)$. On précise que la droite (EF) est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point E et la courbe $\mathscr{C}$ admet au point B une tangente horizontale.
On note g' la fonction dérivée de la fonction g.

1. **a.** Par lecture graphique, déterminer la valeur de $g(0)$.
   b. Par lecture graphique, déterminer la valeur de $g'(0)$.
   c. Exprimer $g'(x)$ en fonction de a et k.
   d. En utilisant les résultats précédents, déterminer les valeurs de k et a. On justifiera les calculs.

Dans la suite de l'exercice, on prendra $\boldsymbol{g(x) = x + 6\mathrm{e}^{-0,5x}}$.

2. Démontrer que la droite D est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ en $+\infty$.
3. On admet que la courbe $\mathscr{C}$ est située au dessus de la droite D. Soit S le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite D, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 4$.
   a. Hachurer S sur le graphique.
   b. Calculer, en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine S. Donner la valeur exacte, puis une valeur approchée à $0,1$ cm^2 près.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse. sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Déterminer la valeur exacte de l'abscisse du point B.

Exercice 3 **6 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f, définie sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ par

$$f(x) = \left(3\mathrm{e}^2 - x\right)\ln x + 10.$$

1. **a.** Déterminer la limite de f en 0.
   b. Calculer la valeur exacte de $f\left(\mathrm{e}^2\right)$, puis une valeur approchée à $0,01$ près.
2. Montrer que, pour tout x de $]0\,;\,20]$, $f'(x) = -\ln x + \dfrac{3\mathrm{e}^2}{x} - 1$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.
3. On admet que la fonction dérivée f' est strictement décroissante sur $]0\,;\,20]$ et que son tableau de variations est le suivant :

x	0		e^2		20
$f'(x)$	‖	↘	0	↘	$f'(20)$

   a. À l'aide du tableau de variations, donner le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,20]$.
   b. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ et dresser son tableau de variations sur cet intervalle.

4. **a.** Montrer que, sur l'intervalle $[0,6\,;\,0,7]$, l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution notée α. À la calculatrice, donner une valeur approchée de α à $0,001$ près par excès.
   b. Démontrer que $f(x)$ est négatif pour tout $x \in]0\,;\,\alpha[$ et que $f(x)$ est positif pour tout $x \in]\alpha\,;\,20]$.

Partie B

Une entreprise produit et vend chaque semaine x milliers de DVD, x appartenant à $]0 ; 20]$.
Le bénéfice réalisé est égal à $f(x)$ milliers d'euros où f est la fonction étudiée dans la partie A.
En utilisant les resultats de la partie A :

1. déterminer le nombre minimal de DVD à fabriquer pour que le bénéfice soit positif;
2. déterminer le nombre de DVD à produire pour que le bénéfice soit maximal ainsi que la valeur, à 10 euros près, de ce bénéfice maximal.

Exercice 4 **5 points**
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. L'évolution du chiffre d'affaires du groupe de distribution Enville pour la période 2004-2008 est donnée dans le tableau 1 ci-dessous :

   Tableau 1 :

Année	2004	2005	2006	2007	2008
Progression du chiffre d'affaires par rapport à l'année précédente	4,7 %	10,6 %	4,1 %	5,8 %	7,5 %

   Par exemple, le chiffre d'affaires du groupe a augmenté de 10,6 % entre le 31 décembre 2004 et le 31 décembre 2005.

   a. Montrer qu'une valeur approchée à $0,1$ près du pourcentage annuel moyen d'augmentation, est $6,5$.

   b. En 2008, ce groupe a réalisé un chiffre d'affaires de 59,5 milliards d'euros. La direction prévoit une croissance amuelle de 6,5 % pour les années suivantes. Domer une estimation à $0,1$ milliard d'euros près du chiffre d'affaires du groupe pour l'année 2010.

2. L'évolution, sur 8 ans, du chiffre d'affaires du groupe Aupré, concurrent du groupe Enville, est donnée par le tableau 2 ci-dessous :

   Tableau 2 :

Année	2001	2003	2005	2007	2008
Rang de l'année x_i	1	3	5	7	8
Chiffre d'affaires exprimé en milliards d'euros y_i	64,8	68,7	72,7	77,1	82,1

   Pour cette question tous les résultats seront arrondis au dixième près.

   a. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points associé à la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ en prenant comme origine le point de coordonnées (0 ; 60) (unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées).

   b. En utilisant la calculatrice, déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite d'ajustement affine de y en x. Tracer cette droite sur le graphique.

   c. À l'aide de l'ajustement précédent, détenniner graphiquement une estimation du chiffre d'affaires du groupe Aupré pour l'année 2010. On laissera apparents les traits de construction.

3. Dans cette question, on suppose qu'à partir de 2008 le chiffre d'affaires du groupe Enville progresse chaque année de 6,5 % et celui du groupe Aupré de 3 %.

a. Résoudre l'inéquation $59,5 \times 1,065^n > 82,1 \times 1,03^n$.

b. Déterminer à partir de quelle année le chiffre d'affaires du groupe Enville dépassera celui du groupe Aupré.

Annexe à remettre avec la copie

Exercice 4 **5 points**
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Deux chaînes de télévision A et B programment chaque semaine, à la même heure, deux émissions concurrentes. On suppose que le nombre global de téléspectateurs de ces émissions reste constant.
La première semaine, 70 % de ces téléspectateurs ont regardé la chaîne A.

Une étude statistique montre que :
15 % des téléspectateurs qui ont regardé la chaîne A une semaine, regardent la chaîne B la semaine suivante.
10 % des téléspectateurs qui ont regardé la chaîne B une semaine, regardent la chaîne A la semaine suivante. On note respectivement a_n et b_n les proportions de téléspectateurs des chaînes A et B la n-ième semaine et P_n la matrice ligne $(a_n \quad b_n)$. On a donc $P_1 = (0,7 \quad 0,3)$.

1. **a.** Déterminer le graphe probabiliste représentant la situation.

b. Donner la matrice de transition M associée à ce graphe.

2. Calculer M^3 à l'aide de la calculatrice, donner les résultats en arrondissant à 10^{-3} près. Quelle est la répartition des téléspectateurs entre les deux chaînes lors de la quatrième semaine ?

3. On considère la matrice ligne $P = (a \quad b)$, où a et b sont deux réels tels que $a + b = 1$.

a. Déterminer a et b pour que $P = PM$.

b. Interpréter les deux valeurs trouvées.

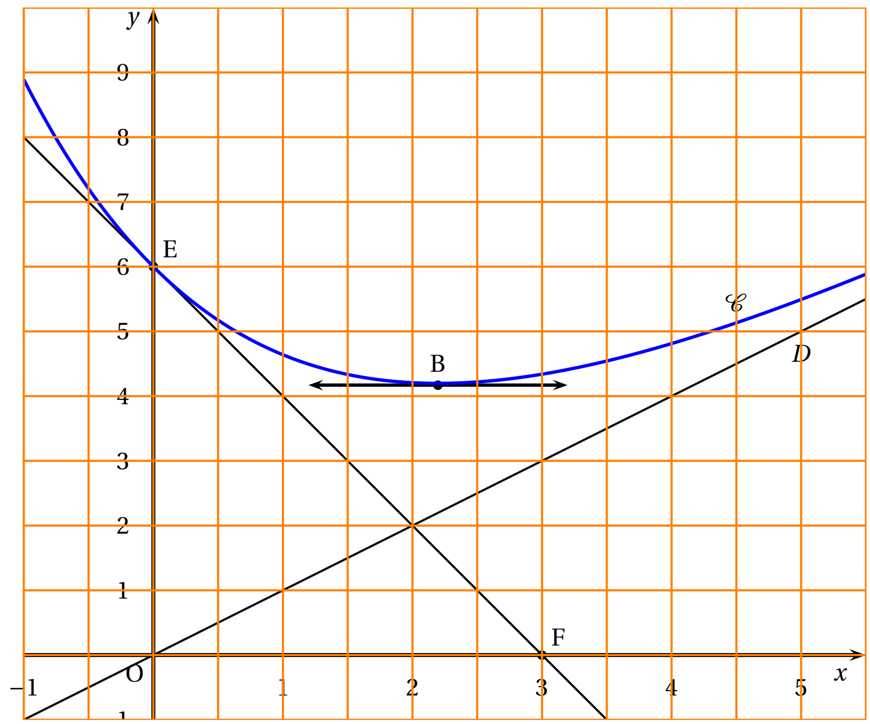
4. On admet que pour tout entier naturel $n > 0$, on a : $a_n = 0,4 + 0,3 \times \left(0,75^{n-1}\right)$.

a. Résoudre l'inéquation $a_n < 0,5$.

b. À partir de quelle semaine l'audience de l'émission de la chaîne B dépassera-t-elle celle de l'émission de la chaîne A ?

Annexe à remettre avec la copie

Exercice 2 (commun à tous les candidats



Baccalauréat Asie ES 22 juin 2010

Exercice 1 — 5 points

Commun à tous les candidats

On donne, dans le tableau ci-dessous, la dépense annuelle des ménages français en fruits, exprimée en millions d'euros, de 2000 à 2007 :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Dépense en millions d'euros y_i	6 396	7 207	7 734	7 996	8 332	8 399	8 546	8 675

1. Sur la copie, représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal :

   sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 1 cm pour une unité ;
   sur l'axe des ordonnées, on placera 6 200 à l'origine et on choisira 1 cm pour 200 millions d'euros.

2. Un premier groupe de statisticiens réalise un ajustement affine du nuage.

   Donner une équation de la droite (d) de régression de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à l'entier le plus proche. Tracer la droite (d) dans le repère précédent.

3. Un deuxième groupe de statisticiens réalise un ajustement non affine du nuage, en utilisant la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

   $$f(x) = 6400 + 1\,100 \ln(1+x)$$

   où ln désigne la fonction logarithme népérien.

   a. À l'aide de la calculatrice, conjecturer :
   - les variations de la fonction f ;
   - la limite de la fonction f quand x tend vers $+\infty$.

   b. Valider par une démonstration l'une des deux conjectures précédentes.

   c. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans le repère précédent.

4. Est-il raisonnable de penser que la dépense annuelle des ménages français en fruits puisse dépasser 9 200 millions d'euros ? Argumenter la réponse.

Exercice 2 — 4 points

Commun à tous les candidats

Kevin possède un lecteur MP3, dans lequel il a stocké 90 morceaux de jazz et 110 morceaux de musique classique. Un tiers des 90 morceaux de jazz est composé par des auteurs français. Un dixième des 110 morceaux de musique classique est composé par des auteurs français.

1. Afin d'écouter un morceau de musique, Kevin lance une lecture aléatoire sur son lecteur MP3.

   On admet que cela revient à choisir un morceau de musique de manière équiprobable. On note :

   J l'évènement « le morceau de musique écouté est un morceau de jazz » ;
   C l'évènement « le morceau de musique écouté est un morceau de musique classique » ;
   F l'évènement « l'auteur du morceau de musique écouté est français ».

a. Quelle est la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit un morceau de jazz ?

b. Sachant que Kevin a écouté un morceau de jazz, quelle est la probabilité que l'auteur soit français ?

c. Calculer la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit un morceau de jazz composé par un auteur français.

d. Quelle est la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit composé par un auteur français ?

2. Afin d'écouter trois moreeaux de musique, Kevin lance trois fois une lecture aléatoire sur son lecteur MP3. Calculer la probabilité qu'il ait écouté au moins un morceau de jazz.

Exercice 3 — 6 points

Commun à tous les candidats

Suite à une étude de marché :

– l'offre d'un produit est modélisée par une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,6]$;
– la demande de ce même produit est modélisée par une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.

Les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ de ces fonctions sont dessinées sur l'annexe (à rendre avec la copie). On désigne par x la quantité du produit exprimée en milliers d'unités, avec x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,6]$. Les nombres $f(x)$ et $g(x)$ sont des prix unitaires exprimés en centaines d'euros. L'expression de la fonction f est donnée par

$$f(x) = 0,4\mathrm{e}^{O,4x}.$$

1. On rappelle que le prix d'équilibre est le prix unitaire qui se forme sur le marché lorsque l'offre est égale à la demande. La quantité d'équilibre est la quantité associée au prix d'équilibre.

a. Lire sur le graphique le prix d'équilibre p_0 (en centaines d'euros) et la quantité d'équilibre q_0 (en milliers d'unités).

b. Estimer en euros le chiffre d'affaires réalisé par la vente de cette quantité qo au prix d'équilibre p_0.

2. a. Mettre en évidence, sur le graphique joint en annexe, l'intégrale suivante : $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

b. Calculer cette intégrale.

c. Certains producteurs étaient disposés à proposer un prix inférieur au prix d'équilibre. Le gain supplémentaire réalisé par ces producteurs est appelé le surplus des producteurs. Le surplus des producteurs S_p est donné par la formule suivante :

$$S_p = q_0 \times p_0 = \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Estimer ce surplus (en centaines de milliers d'euros).

3. a. Certains consommateurs étaient prêts à payer plus cher que le prix d'équilibre. L'économie réalisée par ces consommateurs est appelée le surplus des consommateurs. Ce surplus est représenté par la partie hachurée du graphique. Par une lecture graphique, Paul estime à moins de 10 unités d'aire cette partie, alors que Jeanne l'estime à plus de 10. Qui a raison ? Argumenter.

b. *Dans cette question, toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.*
Pour estimer plus précisément le surplus des consommateurs, Michel approche la courbe $\mathscr{C}_g$ par une parabole P passant par les points de coordonnées $(1;7)$ et $(5;3)$. Il a fait trois essais avec un logiciel de calcul formel, dont les résultats sont récapitulés dans le tableau ci-dessous :

	Équation de la parabole P	Estimation du surplus des consommateurs (en centaines de milliers d'euros)
Essai 1	$y = -\frac{40}{21}x^2 + \frac{292}{21}x - 5$	54,7
Essai 2	$y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{43}{6}$	14,11
Essai 3	$y = \frac{2}{21}x^2 - \frac{44}{21}x + 9$	8,0

Quel essai est le plus pertinent ? Expliquer la réponse.

Exercice 4 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et, en face de celui-ci, recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Barème : Une réponse exacte mpporte 1 *point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

1. Dans le plan muni d'un repère, la parabole d'équation $y = x^2 - 3x - 1$ admet au point d'abscisse 3 une tangente d'équation

   $\boxed{y = -3x + 8}$ $\boxed{y = 3x}$ $\boxed{y = 3x - 10}$

2. La courbe $\mathscr{H}$ représentative de la fonction h définie sur l'ensemble des nombres réels par $h(x) = \dfrac{3x+1}{x^2+x+2}$ admet une asymptote

   | horizontale | | verticale | | oblique |

3. La fonction k définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $k(x) = \mathrm{e}^{1+\ln x}$

   | est croissante sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ | | est décroissante sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ | | n'est pas monotone sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ |

4. Deux baisses successives de 50 % peuvent être compensées par :

   | deux hausses successives de 50 % | | une hausse de 100 % | | une hausse de 300 % |

5. Une zone de reforestation a été replantée de 75 % de chênes et de 25 % de charmes. On sait que 22 % des chênes et 9 % des charmes plantés sont morts la première année. Après la première année, la part des chênes encore vivants parmi les arbres encore vivants dans cette zone de reforestation est égale à :

   | 153 % | | 158,5 % | | 72 % |

Exercice 4 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et, en face de celui-ci, recopier la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : Une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

1. Une forêt, exploitée depuis le premier janvier 200S, voit sa population d'arbres diminuer de 10 % chaque année. En supposant que la déforestation se poursuive à ce rythme, la population d'arbres aura diminué le premier janvier 2010 d'environ :

41 %	50 %	59 %

2. Soit la suite (V_n) définie par $V_0 = 5$, $V_1 = 7$ et $V_{n+2} = 3V_{n+1} - 2V_n$.

$V_3 = -2$	$V_3 = 19$	$V_3 = 23$

3. Dans un repère de l'espace, le plan (P) d'équation 5x - z+ 7 = 0 est parallèle à l'axe

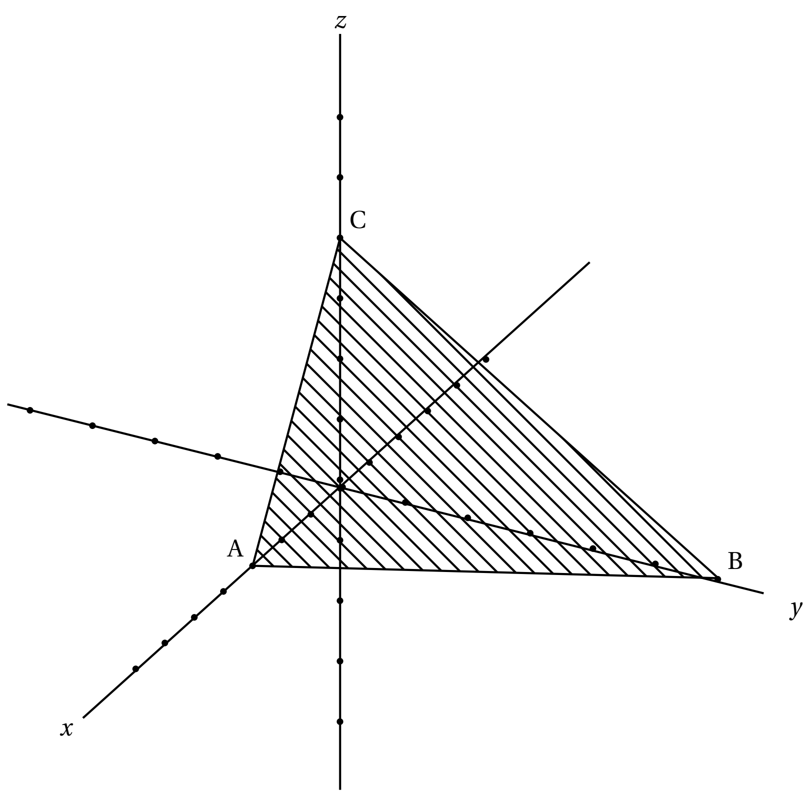
des abscisses	des ordonnées	des cotes

4. Dans un repère de l'espace, l'intersection de la surface $\mathscr{S}$ d'équation $z = x^2 - y + 3$ et du plan (Q) d'équation $z = 7$ est

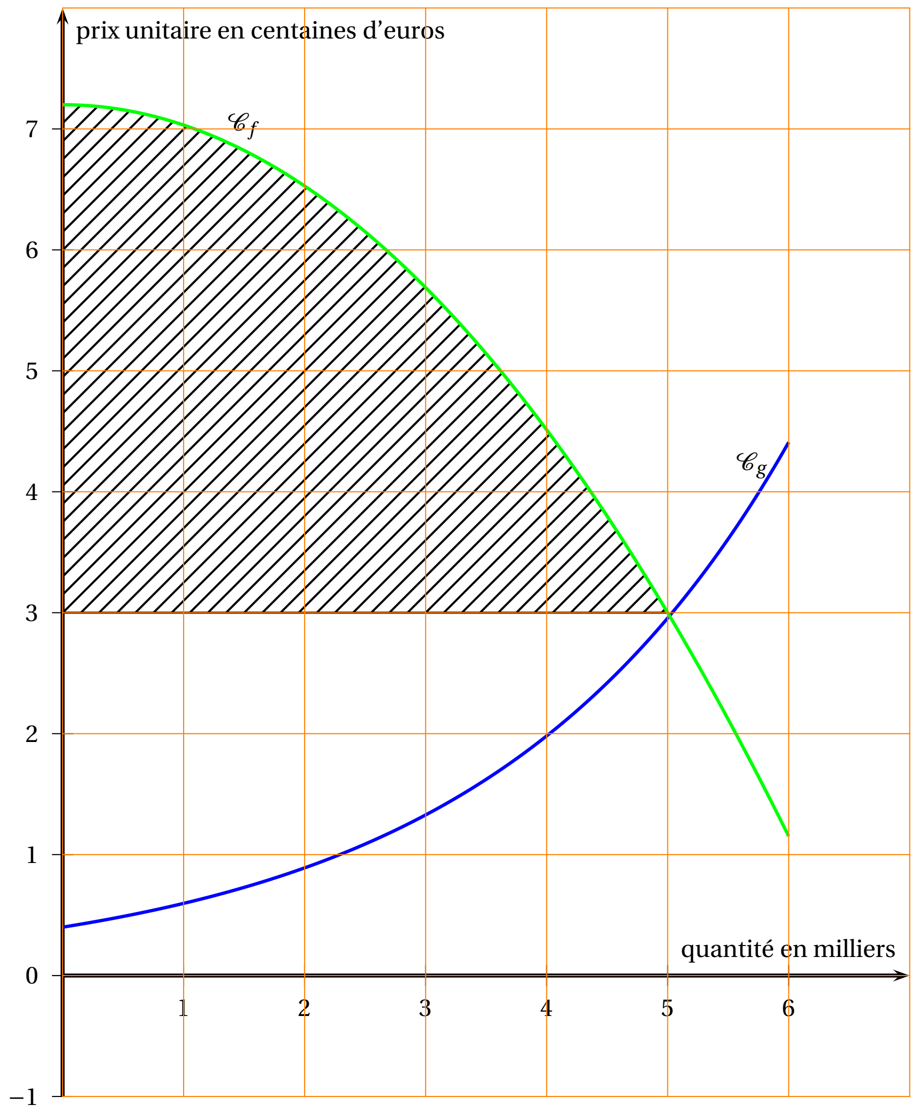
une droite	une parabole	un point

5. Le plan (ABC), dessiné ci-dessous dans un repère de l'espace, a pour équation

$3x + 6y + 4z = 9$	$2x + y - z = 6$	$4x + 2y + 3z = 12$



Annexe à rendre avec la copie



Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Centres étrangers 11 juin 2010

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

*Pour chacune des questions, une seule des réponses **a, b** ou **c** est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte* 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note est ramenée à* 0.

1. Le nombre réel $e^{\frac{3x}{2}}$ est égal à :

   a. $\dfrac{e^{3x}}{e^2}$ **b.** $e^{3x} - e^2$ **c.** $\left(\sqrt{e^x}\right)^3$

2. L'équation $\ln\left(x^2 + x + 1\right) = 0$ admet sur $\mathbb{R}$:

   a. Aucune solution **b.** Une seule solution **c.** Deux solutions

3. L'équation $e^x = e^{-x}$ admet sur $\mathbb{R}$:

   a. Aucune solution **b.** Une seule solution **c.** Deux solutions

4. On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$ vérifiant la propriété suivante :

   Pour tout $x \in [1~;~+\infty[$, $\dfrac{1}{x} \leqslant f(x) \leqslant 1$.

   On peut alors affirmer que :

   a. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ **b.** $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ **c.** $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

5. On considère deux fonctions f et g définies sur un intervalle I, telles que g est une primitive de la fonction f sur I. On suppose que la fonction g est croissante sur I. Alors on peut affirmer que :

   a. La fonction g est positive sur I. **b.** La fonction f est positive sur I. **c.** La fonction f est croissante sur I.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous indique l'évolution de la dette en milliards d'euros de l'État français entre 1990 et 2004 :

Année	1990	1992	1994	1996	1998	2000	2002	2004
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Dette y_i en milliards d'euros	271,7	321,4	443	540,1	613,1	683,5	773,4	872,6

Source : INSEE

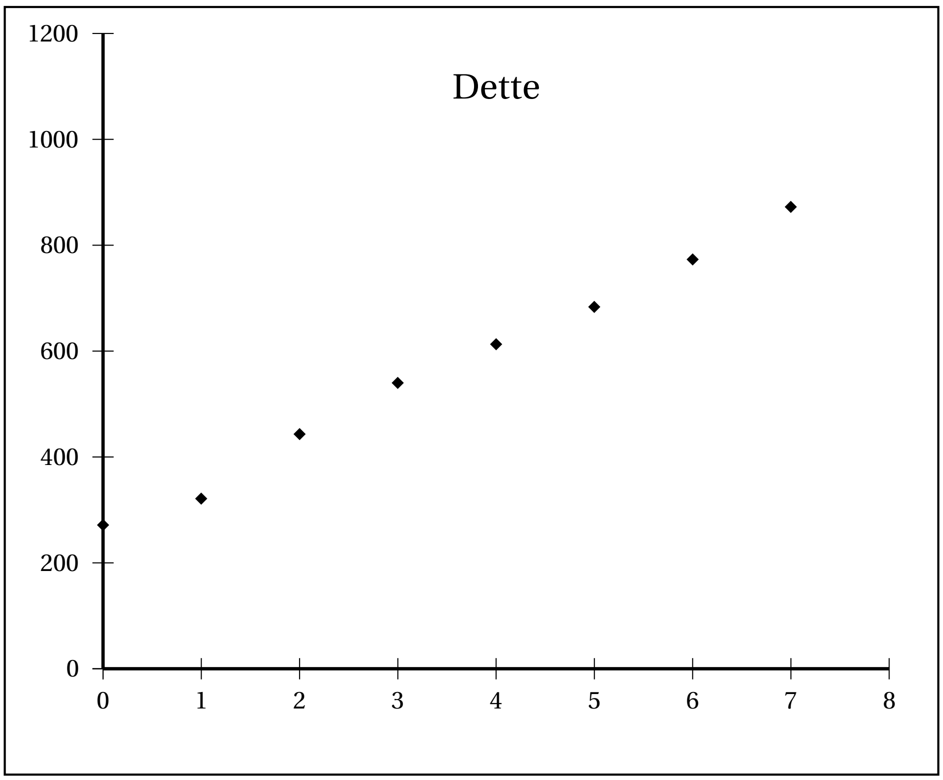
Dans tout l'exercice, on donnera des valeurs approchées arrondies au dixième.

Partie A : Étude statistique

1. Calculer la dette moyenne de l'État entre 1990 et 2004.
2. En prenant l'année 1990 comme référence (indice 100), calculer les indices correspondant à la dette de l'État de 1992 à 2004. Donner la réponse sous forme d'un tableau.
3. Déterminer le taux global d'évolution de la dette de l'État entre 1990 et 2004.
4. Déterminer le taux moyen d'évolution de la dette de l'État sur une période de deux ans.

Partie B : Interpolation et extrapolation de données

On donne ci-dessous le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i \ ; \ y_i\right)$.



La forme du nuage permet d'envisager un ajustement affIne.

1. En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
2. Selon cet ajustement, à partir de quelle année peut-on estimer que l'État aurait dépassé les 1 000 milliards de dette ?
3. Selon cet ajustement, déterminer l'année à partir de laquelle la dette de l'État sera le double de la dette de l'an 2000.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le nombre d'arbres d'une forêt, en milliers d'unités, est modélisé par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre d'arbres, en milliers, au cours de l'année $(2010+n)$. En 2010, la forêt possède 50 000 arbres. Afin d'entretenir cette forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5 % des arbres existants et de replanter 3 000 arbres.

1. Montrer que la situation peut être modélisée par :

$$u_0 = 50 \text{ et pour tout entier naturel } n \text{ par la relation : } u_{n+1} = 0,95u_n + 3.$$

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 60 - u_n$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,95$.
   b. Calculer v_0. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n.
   c. Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 60 - 10 \times (0,95)^n$.
3. Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2015. On donnera une valeur approchée arrondie à l'unité.
4. **a.** Vérifier que pour tout entier naturel n, on a l'égalité

$$u_{n+1} - u_n = 0,5 \times (0,95)^n.$$

   b. En déduire la monotonie de la suite.
5. Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'arbres de la forêt aura dépassé de 10 % le nombre d'arbres de la forêt en 2010.
6. Déterminer la limite de la suite (u_n). Interpréter.

EXERCICE 3 **5 points**
Commun à tous les candidats

Pour une marque de téléphone portable donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées, le GPS et le Wifi. Sur l'ensemble des téléphones portables, 40 % possèdent l'option GPS. Parmi les téléphones avec l'option GPS, 60 % ont l'option Wifi.

On choisit au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis.
On considère les évènements suivants :
G : « le téléphone possède l'option GPS ».
W : « le téléphone possède l'option Wifi ».
Dans tout l'exercice, le candidat donnera des valeurs exactes.

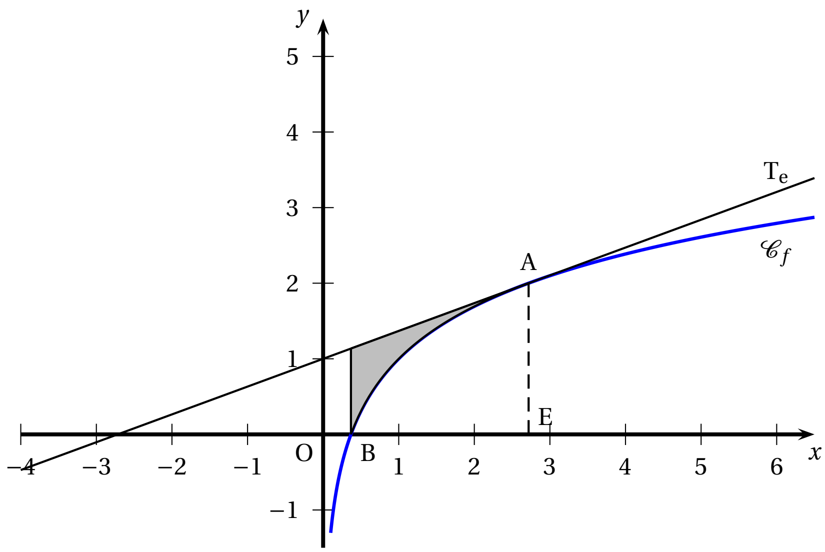
1. Traduire les données chiffrées de l'énoncé en termes de probabilité.
2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété tout au long de l'exercice.
   On suppose que la probabilité de W est : $p(\text{W}) = \dfrac{7}{10}$.
3. Déterminer la probabilité de l'évènement « le téléphone possède les deux options ».
4. Démontrer que $p_{\overline{\text{G}}}(\text{W}) = \dfrac{23}{30}$. Compléter l'arbre du **2.**
5. On choisit un téléphone avec l'option Wifi. Quelle est la probabilité qu'il ne possède pas l'option GPS ?
   Le coût de revient par téléphone d'une option, pour le fabricant de téléphones, est de 12 euros pour l'option GPS et de 6 euros pour l'option Wifi.
6. Déterminer la loi de probabilité du coût de revient de ces deux options.
7. Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Interpréter ce résultat.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = 1 + \ln(x).$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.
Le point A(e ; 2) appartient à $\mathscr{C}_f$ et on note T_e la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A.
Le point C est le point d'intersection de la tangente T_e et de l'axe des abscisses. Le point E a pour coordonnées (e ; 0).
On admettra que sur $]0 ; +\infty[$, $\mathscr{C}_f$ reste en dessous de T_e.



1. **a.** Le point B est le point d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de l'axe des abscisses. Calculer les coordonnées du point B.
   b. Démontrer que, pour $x \geqslant \dfrac{1}{e}$, $f(x) \geqslant 0$.
2. **a.** Déterminer une équation de T_e.
   b. En déduire les coordonnées du point C.
   c. Vérifier que les points E et C sont symétriques par rapport à O, origine du repère.

On considère la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x\ln x$.

3. **a.** Démontrer que la fonction g est une primitive de la fonction f sur $]0 ; +\infty[$.
   b. En déduire la valeur exacte de $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e} (1 + \ln x)\,\mathrm{d}x$. Interpréter ce nombre.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte.*
   Déterminer la valeur exacte de l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine limité par $\mathscr{C}_f$, T_e et les droites parallèles à l'axe des ordonnées passant par B et E. Ce domaine est grisé sur le graphique. Donner une valeur approchée arrondie au millième de cette aire.

TES Antilles–Guyane 18 juin 2010

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

Deux annexes sont à rendre avec la copie

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$ donnée en annexe 1 est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction f définie, dérivable et strictement décroissante sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$.

La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(3~;~0)$; on sait de plus que la droite d'équation $y = -2$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}_f$.

1re partie *Étude préliminaire de f*

Dans cette partie, aucune justification n'est demandée.

1. Donner la limite de f en $+\infty$.
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
3. Préciser le signe de f sur $[1~;~+\infty[$.

2e partie *Étude d'une fonction composée*

Pour cette partie, des justifications sont attendues.

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$ par $g(x) = \exp(f(x))$.

1. Déterminer la limite de g lorsque x tend vers $+\infty$.
2. Résoudre sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$ l'équation $g(x) = 1$.

3e partie

La fonction f est la dérivée d'une fonction F définie sur $[1~;~+\infty[$.

1. La fonction F est représentée sur l'une des 3 courbes données en annexe 2. Préciser laquelle, en justifiant votre réponse.
2. Déterminer graphiquement $F(2)$ et $F(3)$ avec la précision permise par le graphique.
3. On s'intéresse au domaine du plan délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 3$. On notera A l'aire de ce domaine, exprimée en unités d'aire.
   Donner une méthode permettant de déterminer une valeur approchée de l'aire du domaine précédemment défini et en donner une estimation.

4e partie

On donne l'expression de la fonction f définie sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = 2\mathrm{e}^{-x+3} - 2.$$

Calculer l'aire A du domaine (en unités d'aire) ; on donnera la valeur exacte à l'aide du réel e, puis l'arrondi au centième.

EXERCICE 2 **5 points**

Réservé aux candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un bijoutier propose des perles de culture pour fabriquer des bijoux. Il dispose dans son stock de deux types de couleurs : les perles argentées et les perles noires.

Chacune de ces perles a :

– soit une forme dite sphérique ;
– soit une forme dite équilibrée ;
– soit une forme dite baroque.

On sait que dans son stock, 44 % des perles sont équilibrées, deux cinquièmes sont baroques et les autres sont sphériques. De plus, 60 % des perles sont argentées dont 15 % sont sphériques et la moitié sont baroques.

1. Recopier le tableau des pourcentages ci-dessous et le compléter à l'aide des données de l'énoncé (on ne demande pas de justification).

	Sphérique	Équilibrée	Baroque	Total
Argentée				
Noire				
Total				100 %

2. Le bijoutier choisit une perle du stock au hasard. On suppose que chaque perle a la même probabilité d'être choisie.

On note :

– A l'évènement : « la perle est argentée » ;
– N l'évènement : « la perle est noire » ;
– S l'évènement : « la perle est de forme sphérique » ;
– E l'évènement : « la perle est de forme équilibrée » ;
– B l'évènement : « la perle est de forme baroque ».

Toutes les probabilités seront données sous forme décimale exacte.

a. Quelle est la probabilité que le bijoutier choisisse une perle de forme baroque ?

b. Quelle est la probabilité que le bijoutier choisisse une perle noire de forme équilibrée ?

c. Déterminer la probabilité de l'évènement $A \cup B$ puis interpréter ce résultat.

d. Le bijoutier a choisi une perle de forme baroque. Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas argentée ?

3. Pour une création de bijou original, le bijoutier choisit dans son stock quatre perles au hasard et de manière indépendante. On admet que le nombre de perles est suffisamment grand pour que le choix d'une perle soit assimilé à un tirage avec remise.

a. Calculer la probabilité qu'aucune des quatre perles choisies ne soit argentée.

b. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une perle sphérique parmi les quatre perles choisies (donner une valeur approchée de ce résultat à 10^{-3} près).

EXERCICE 2 — 5 points

Réservé aux candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

M. et M$^{\text{me}}$ Martin, qui habitent une grand ville, aiment beaucoup voyager. Ils prévoient toujours de partir pendant l'été, soit à l'étranger, soit de visiter une région en France.

S'ils sont restés en France une année donnée, la probabilité qu'ils partent à l'étranger l'année suivante est de 0,4.

Par contre, s'ils sont partis à l'étranger une année donnée, la probabilité qu'ils retournent à l'étranger l'années suivante est de 0,7.
En été 2009, ce couple est parti à l'étranger.
Pour tout entier naturel n, on note P_n la matrice ligne $(a_n \quad b_n)$ traduisant l'état probabiliste l'année $(2009+n)$, où a_n désigne la probabilité que ce couple soit resté en France l'année $(2009+n)$ et b_n la probabilité que ce couple soit parti à l'étranger l'année $(2009+n)$.

Partie A

1. **a.** Traduire les données par un graphe probabiliste dont les sommets seront notés F et E (F pour France et E pour étranger).
   b. En déduire la matrice de transition en prenant tout d'abord F puis E pour l'ordre des sommets. On notera M cette matrice.
2. **a.** Donner P_0, l'état probabiliste initial, l'année 2009.
   b. On donne les résultats suivants :

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0,48 & 0,52 \\ 0,39 & 0,61 \end{pmatrix} ; M^3 = \begin{pmatrix} 0,444 & 0,556 \\ 0,417 & 0,583 \end{pmatrix} ; M^4 = \begin{pmatrix} 0,4332 & 0,5668 \\ 0,4251 & 0,5749 \end{pmatrix}.$$

   En choisissant la bonne matrice, calculer P_3. En déduire la probabilité que ce couple parte à l'étranger en 2012 *(On donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième).*
3. Soit P la matrice ligne $(x \quad y)$ donnant l'état stable où x et y sont deux réels positifs tels que $x+y=1$.
   Déterminer l'état stable puis interpréter le résultat.

Partie B

1. Montrer que pour tout entier naturel n on a : $a_{n+1} = 0,3a_n + 0,3$.
2. Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = a_n - \dfrac{3}{7}$.
   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b. En déduire l'expression de u_n, puis celle de a_n en fonction de n.
   c. Déterminer la limite de la suite (a_n) lorsque n tend vers $+\infty$. Que retrouve-t-on ?

EXERCICE 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne pour 6 années le nombre de spectateurs (en millions) dans les cinémas en France.

Années	1997	1999	2001	2003	2005	2007
Rang de l'année x_i $1 \leqslant i \leqslant 6$	0	2	4	6	8	10
Nombre (en millions) de spectateurs y_i $1 \leqslant i \leqslant 6$	149,3	153,6	187,5	173,5	175,5	177,9

Source : INSEE - d'après le Centre National de la Cinématographie (CNC)

Partie 1

Pour chacune des questions ci-dessous, trois réponses sont proposées et une seule est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25.
L'absence de réponse ne rapporte, ni n'enlève de point.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

1. Le taux d'augmentation du nombre de spectateurs de 1997 à 1999 est donné par le calcul suivant :

   • $\dfrac{153{,}6}{149{,}3}$ • $\dfrac{153{,}6-149{,}3}{153{,}6}$ • $\left(\dfrac{153{,}6}{149{,}3}-1\right)$

2. En supposant que le nombre de spectateurs augmente de 1 % tous les ans, à partir de 2007, le nombre de spectateurs en 2010 est donné par le calcul suivant :

   • $(1{,}01 \times 177{,}9) \times 3$ • $1{,}01^3 \times 177{,}9$ • $0{,}01^3 \times 177{,}9$

3. Entre 1997 et 2007 , l'augmentation annuelle moyenne, en pourcentage, du nombre de spectateurs est, arrondie à 0,01 % :

   • 1,77 % • 1,92 % • 3,57 %

4. Sachant que de 1998 à 1999, le nombre de spectateurs (en millions) dans les cinémas en France a diminué de 10 %, le nombre de spectateurs (en millions) en 1998 arrondi au dixième était :

   • 139,6 • 170,7 • 138,2

5. On considère un nuage de points $M_i(x_i\ ;\ y_i)$, pour $1 \leqslant i \leqslant 6$, construit à partir des données du tableau donné en début d'exercice. Les coordonnées du point moyen de ce nuage sont :

   • $(2002\ ;\ 169{,}55)$ • $(5\ ;\ 169{,}55)$ • $(30\ ;\ 1017{,}3)$

6. Supposons que l'on ait effectué un ajustement affine du nuage de points par la méthode des moindres carrés.
   (Dans l'équation de la droite de régression de y en x de la forme $y = ax + b$, on choisira les coefficients a et b arrondis au dixième).
   D'après cet ajustement :

   a. Le nombre de spectateurs sera d'environ 200 millions en :

   • 2015 • 2013 • 2010

   b. L'estimation (en millions) arrondi au dixième, du nombre de spectateurs en 2015 est :

   • 11 439,6 • 228,4 • 206

Partie 2

Justifier la réponse donnée à la question 3 de la partie 1.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

Partie A

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$ par :

$$f(x) = 0{,}3x + 1{,}5 - 0{,}9\ln(x+1).$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 20]$.
Étudier les variations de f sur $[0 ; 20]$ et dresser son tableau de variation.

2. On donne la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$ par :

$$g(x) = -0{,}05x - 1{,}5 + 0{,}9\ln(x+1).$$

On admet que g est strictement croissante sur l'intervalle $[0 ; 17]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[17 ; 20]$.

   a. Justifier qu'il existe un unique réel x_0 dans l'intervalle $[0 ; 17]$ tel que $g(x_0) = 0$.
   Donner un encadrement de x_0 d'amplitude 10^{-2}.

   b. En déduire le signe de $g(x)$ sur $[0 ; 20]$.

Partie B

Dans cette partie, on pourra utiliser les résultats de la partie A. On demande de justifier les réponses.

Dans une petite ville, un promoteur immobilier projette de construire un lotissement dont le nombre de maisons ne pourra pas dépasser 20 maisons construites. Le coût de production, en millions d'euros, pour n maisons construites $(0 \leqslant n \leqslant 20)$ est donné par :

$$C(n) = 0{,}3n + 1{,}5 - 0{,}9\ln(n+1).$$

Chaque maison est vendue 250 000 euros.

1. **a.** Calculer $C(0)$. Donner une interprétation de ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

   b. Combien de maisons le promoteur doit-il prévoir de construire pour que le coût de production soit minimal ?

2. **a.** Montrer que le bénéfice réalisé pour la fabrication de n maisons est, en millions d'euros, donné par $B(n) = -0{,}05n - 1{,}5 + 0{,}9\ln(n+1)$.

   b. Déterminer le nombre de maisons à construire pour que le bénéfice soit maximal.

   Quel est alors ce bénéfice (à 100 euros près) ?

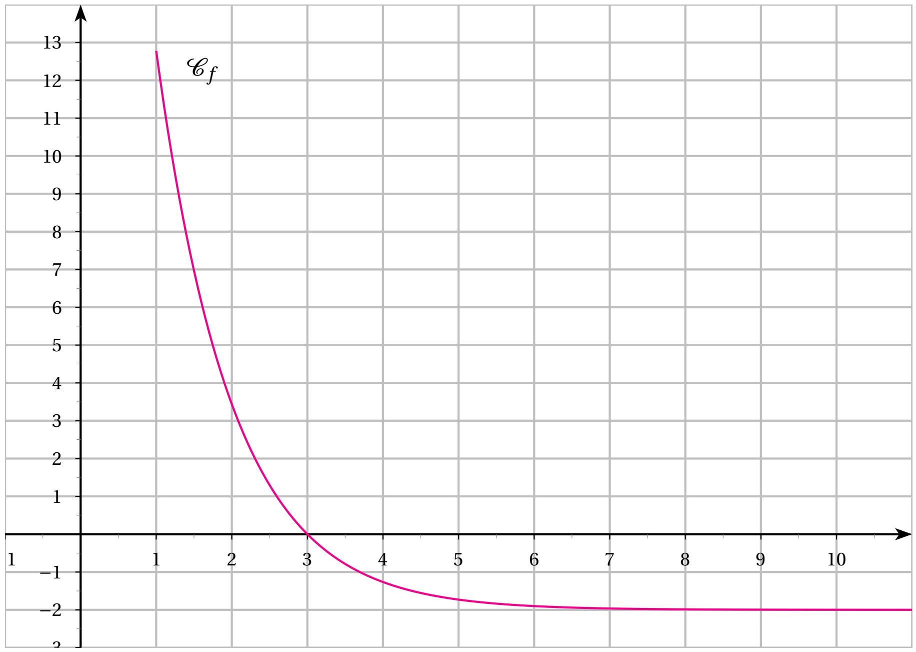
   c. Déterminer le nombre minimal de maisons à construire pour que le promoteur ne travaille pas à perte.

   Pour la question suivante, on explicitera la démarche utilisée. Toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

   d. À partir de combien de maisons construites le bénéfice du promoteur est-il supérieur à 200 000 euros ?

FEUILLE ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

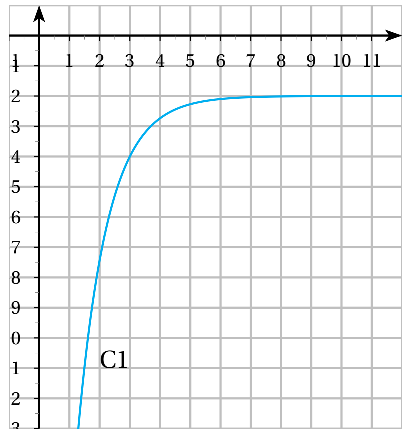
Exercice 1, 1re partie



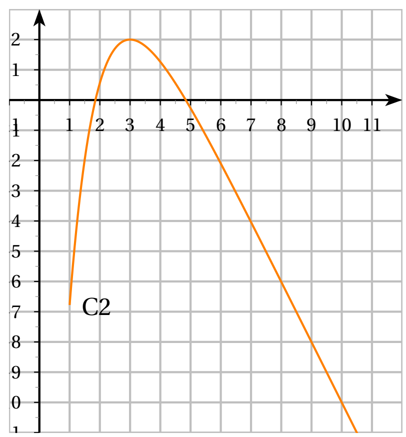
FEUILLE ANNEXE 2(à rendre avec la copie)

Exercice 1, 3e partie

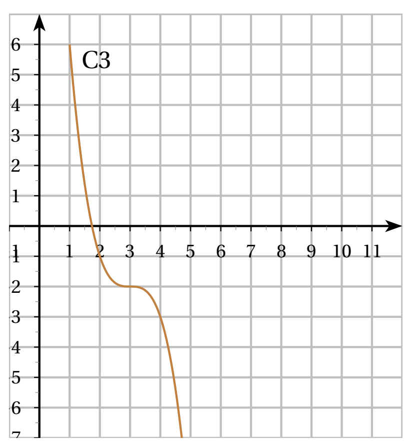
Courbe n °1



Courbe n °2



Courbe n °3



☙ Baccalauréat ES Métropole 23 juin 2010 ❧

EXERCICE 1 **4 points**

Commun tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une seule réponse par question est acceptée et ***aucune justification n'est demandée.***
Une bonne réponse rapporte un point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. ***Indiquer sur la copie le numéro*** *de la question* ***et la réponse choisie.*** *correspondante.*

Question 1

Le nombre -3 est solution de l'équation :

- $\ln x = -\ln 3$
- $\ln\left(\mathrm{e}^x\right) = -3$
- $\mathrm{e}^{\ln x} = -3$
- $\mathrm{e}^x = -3$

Question 2

La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par $f(x) = \dfrac{-2x^3+3x}{(2x-1)^3}$ est :

- $-\infty$
- $+\infty$
- -1
- $-\dfrac{1}{4}$

Question 3

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 3\ln x - 2x + 5$.
Dans le plan muni d'un repère, la tangente à la courbe représentative de la fonction f en son point d'abscisse 1 admet pour équation :

- $y = x+2$
- $y = -x+4$
- $y = 3x+1$
- $y = x+3$

Question 4

Un jeu consiste à lancer une fois un dé cubique non pipé dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
Un joueur donne 3 euros pour participer à ce jeu.
Il lance le dé et on lit le numéro inscrit sur la face supérieure de ce dé :

- si le numéro est 1, le joueur reçoit 10 euros,
- si le numéro est 2 ou 4, il reçoit 1 euro,
- sinon, il ne reçoit rien.

À ce jeu, l'espérance mathématique du gain algébrique, exprimée en euros, est :

- 1
- 0
- -1
- -2

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise a équipé chacun de ses employés d'un seul ordinateur.
Pour le suivi de ses ordinateurs, l'entreprise fait appel à un même service de maintenance informatique.
Pour évaluer ce service, l'entreprise réalise une enquête et dispose ainsi, pour chaque employé, d'une fiche précisant la marque de son ordinateur et son avis sur le service de maintenance.

Il y a trois marques d'ordinateurs Aliet, Balart et Celt.

- 25 % des employés ont un ordinateur Aliet,
- 40 % des employés ont un ordinateur Balart,
- le reste des employés a un ordinateur Celt.

L'enquête a fourni les résultats suivants :

- parmi les employés équipés d'un ordinateur Aliet, 90 % sont satisfaits du service de maintenance,
- parmi les employés équipés d'un ordinateur Balart, 65 % sont satisfaits du service de maintenance,
- parmi les employés équipés d'un ordinateur Celt, 80 % sont satisfaits du service de maintenance.

On choisit au hasard la fiche d'un employé de l'entreprise, chacune ayant la même probabilité d'être choisie.
On note :

- A l'évènement : « La fiche choisie est celle d'un employé équipé d'un ordinateur Aliet »,
- B l'évènement : « La fiche choisie est celle d'un employé équipé d'un ordinateur Balart »,
- C l'évènement : « La fiche choisie est celle d'un employé équipé d'un ordinateur Celt »,
- S l'évènement : « La fiche choisie est celle d'un employé satisfait du service de maintenance ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un employé équipé d'un ordinateur Aliet et satisfait du service de maintenance.
3. Démontrer que la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un employé satisfait du service de maintenance est $0,765$.
4. Sachant que la fiche choisie est celle d'un employé satisfait du service de maintenance, calculer la probabilité que cet employé soit équipé d'un ordinateur de la marque Celt.
   Le résultat sera arrondi à 10^{-3}.

EXERCICE 2 **4 points**
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un équipementier fabrique pour une usine de l'industrie automobile deux types de sièges : un modèle « luxe » et un modèle « confort ».
Soit x le nombre, exprimé en **centaines**, de sièges « luxe » et y le nombre, exprimé en centaines, de sièges « confort » produits chaque mois.
La fonction coût mensuel de production est la fonction F définie pour x et y appartenant à l'intervalle $[0 ; 3]$ par :

$$F(x,\ y) = x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6.$$

$F(x,\ y)$ désigne le coût mensuel de production, exprimé en **dizaines de milliers** d'euros, pour x **centaines** de sièges « luxe » et pour y **centaines** de sièges « confort ».

1. Au mois de janvier 2010, l'équipementier a produit 120 sièges « luxe » et 160 sièges « confort ». Justifier que le coût de production mensuel a été 12 000 euros.

2. Vérifier que, x et y étant deux nombres réels, $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 6 = (x-1)^2 + (y-2)^2 + 1$.

   En déduire que le coût de production mensuel minimal est 10 000 euros.

   Préciser pour quelles quantités mensuelles respectives de sièges « luxe » et « confort » produites ce coût de production est obtenu.
3. À partir du mois de juillet 2010, la production mensuelle prévue de sièges est exactement 250.
   - **a.** Justifier que $y = 2,5 - x$.

     Démontrer que, sous cette condition, le coût de production mensuel, exprimé en dizaines de milliers d'euros, est égal à $2x^2 - 3x + 2,25$.
   - **b.** On note f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$ par $f(x) = 2x^2 - 3x + 2,25$.

     Dresser en le justifiant le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$.
   - **c.** En déduire les quantités mensuelles respectives de sièges « luxe » et « confort » que l'équipementier doit produire à partir du mois de juillet 2010 pour minimiser le coût mensuel de production. Préciser ce coût minimal.

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Pour i nombre entier variant de 0 à 8, on définit le tableau suivant qui donne les valeurs du SMIC horaire brut, exprimé en euros, de 2001 à 2009 (source INSEE).

On se propose d'en étudier l'évolution :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
SMIC horaire brut (en euros), y_i	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27	8,44	8,71	8,82

Dans tout l'exercice les pourcentages seront arrondis à 0,01 % et les valeurs du SMIC horaire brut au centime d'euro.

Partie A : Observation des données

1. Pour i entier variant de 0 à 8, représenter le nuage de points $M_i\left(x_i ; y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal défini de la façon suivante :
   - sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 1 cm pour 1 année,
   - on graduera l'axe des ordonnées en commençant à 6 et on choisira 5 cm pour 1 euro.
2. Calculer le pourcentage d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut entre 2001 et 2009,
3. Démontrer qu'une valeur approchée du pourcentage annuel moyen d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut entre 2001 et 2005 est 4,75 %.

En supposant que cette nouvelle tendance se poursuive, on désire estimer la valeur du SMIC horaire brut en 2012.

Dans la suite de l'exercice, on ne s'intéresse qu'au sous-nuage constitué des cinq derniers points M_4, M_5, M_6, M_7 et M_8 du nuage précédent.*On observe sur le graphique un changement de tendance à partir de* 2005 *: le pourcentage annuel moyen d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut est alors de* $2,4$ *% environ.*
En supposant que cette nouvelle tendance se poursuive, on désire estimer la valeur du SMIC horaire brut en 2012.
Dans la suite de l'exercice, on ne s'intéresse qu'au sous-nuage constitué des cinq derniers points M_4, M_5, M_6, M_7 *et* M_8 *du nuage précédent.*

Partie B : Modélisation de la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)_{4\leqslant i\leqslant 8}$ ***par un ajustement exponentiel***

En observant le pourcentage annuel moyen d'augmentation de la valeur du SMIC horaire brut entre 2005 et 2009, on estime à $8,03\times 1,024^n$ *la valeur, exprimée en euros, du SMIC horaire brut pour l'année* $2005+n$, n *désignant un entier naturel.*
On considère que ce nouveau modèle reste valable jusqu'à l'année 2016.

1. *Calculer une estimation de la valeur du SMIC horaire brut en 2012.*
2. *À partir de quelle année la valeur du SMIC horaire brut dépassera-t-elle 10 euros ?*

EXERCICE 4 ***6 points***

Commun à tous les candidats

L'annexe 1 est à rendre avec la copie

Un nouveau modèle de mini-ordinateur portable est mis sur le marché. Soit x la quantité d'appareils pouvant être vendus, exprimée en milliers.
La fonction d'offre de cet appareil est la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 35] par :

$$f(x) = 153e^{0,05x}.$$

Le nombre réel $f(x)$ désigne le prix unitaire en euros d'un appareil, proposé par les fournisseurs, en fonction de la quantité x, exprimée en milliers, d'appareils pouvant être vendus.
La fonction de demande de cet appareil est la fonction g définie sur l'intervalle [0 ; 35] par :

$$g(x) = -116\ln(x+1) + 504.$$

Le nombre réel $g(x)$ désigne le prix unitaire en euros d'un appareil, accepté par les consommateurs, en fonction de la quantité x, exprimée en milliers, d'appareils disponibles.

1. ***a.*** *Démontrer que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle [0 ; 35].*

b. *Démontrer que la fonction g est strictement décroissante sur l'intervalle [0 ; 35].*

c. *Les courbes représentatives respectives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ des fonctions f et g, tracées dans un repère orthogonal, sont fournies en annexe 1* ***à rendre avec la copie.***

Lire avec la précision autorisée par le graphique une valeur approchée des coordonnées de leur point d'intersection E.

2. *Afin de déterminer les coordonnées du point E de façon précise, on est amené à résoudre dans l'intervalle [0 ; 35] l'équation $f(x) = g(x)$.*

Pour cela, on considère la fonction h définie sur l'intervalle [0 ; 35] par $h(x) = f(x) - g(x)$.

a. *Déterminer le sens de variation de la fonction h sur l'intervalle [0 ; 35].*

On pourra utiliser la question 1.

b. *Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle [0 ; 35].*

c. *À l'aide de la calculatrice, déterminer l'arrondi de x_0 au millième.*

d. *On pose $y_0 = f(x_0)$. En utilisant la question précédente, calculer l'arrondi de y_0 au centième.*

e. *Sachant que y_0 représente le prix unitaire d'équilibre de cet appareil, préciser ce prix à un centime d'euro près. Quel est le nombre d'appareils disponibles à ce prix ?*

3. *On prendra dans cette question $x_0 = 8,871$ et $y_0 = 238,41$.*

a. *Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 35].*

b. *On appelle surplus des fournisseurs le nombre réel S défini par la formule :*

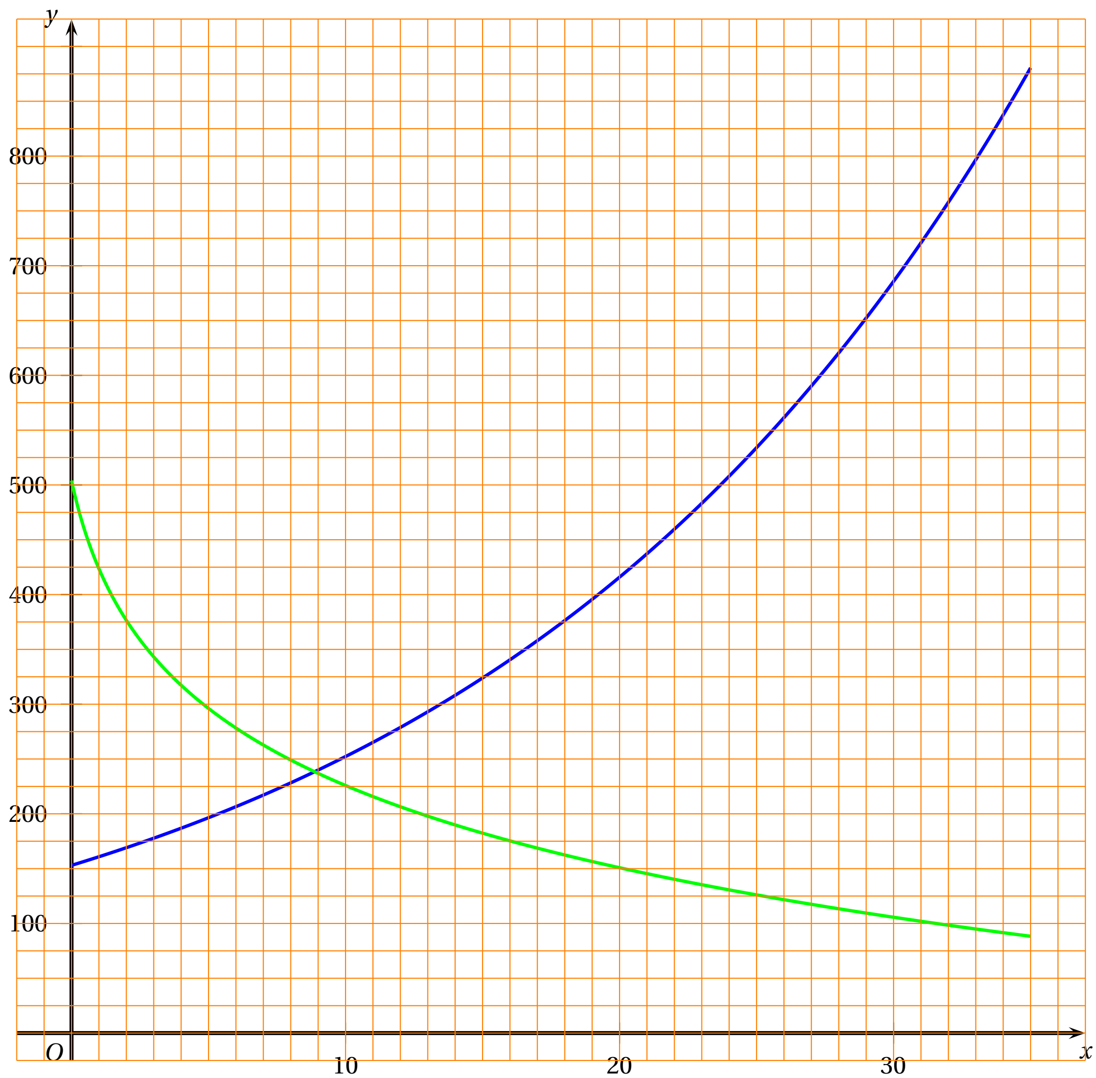
$$S = x_0 \times y_0 - \int_0^{x_0} f(x)\,dx.$$

Hachurer, sur le graphique de la feuille annexe 1 ***à rendre avec la copie****, le domaine du plan dont l'aire en unités d'aire est le nombre réel S.*

Déterminer la valeur arrondie au millième du nombre réel S.

ANNEXE 1 : à rendre avec la copie

Exercice 4 : commun à tous les candidats



Baccalauréat ES La Réunion 23 juin 2010

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, une seule réponse est exacte. Le candidat notera à chaque fois sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte. Aucune justification n'est demandée.

Le barème sera établi comme suit :

pour une réponse exacte aux questions 1, 2, 3 et 4 : 0,5 point,
pour une réponse exacte aux questions 5 et 6 : 1 point,
pour une réponse fausse ou l'absence de réponse : 0 point.

Pour toutes les questions, on considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ *par :*

$$f(x) = 2 - \frac{1}{x+1}.$$

On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère donné du plan.

1. *On a :*

- $\displaystyle\lim_{x\to -1} f(x) = -1$
- $\displaystyle\lim_{x\to -1} f(x) = 2$
- $\displaystyle\lim_{x\to -1} f(x) = -\infty$

2. *La courbe $\mathcal{C}$ admet une asymptote d'équation :*

- $y = 2$
- $y = -1$
- $x = 2$

3. *Pour tout réel x de l'intervalle* $]-1\ ;\ +\infty[$, $f(x)$ *peut s'écrire :*

- $f(x) = \dfrac{2x}{x+1}$
- $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$
- $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$

4. *Le signe de $f(x)$ sur l'intervalle* $]-1\ ;\ +\infty[$ *est donné par le tableau :*

•

x	-1		0		$+\infty$
$f(x)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

•

x	-1		$+\infty$
$f(x)$	$\|\|$	$+$	

•

x	-1		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

5. *Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse* 1 *est :*

- $\dfrac{3}{2}$
- $\dfrac{1}{4}$
- $-\dfrac{1}{2}$

6. *L'aire, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$, est égale à :*

- $-2 + \ln 2$
- $2 - \ln 2$
- $\dfrac{3}{2}$

EXERCICE 2 ***5 points***

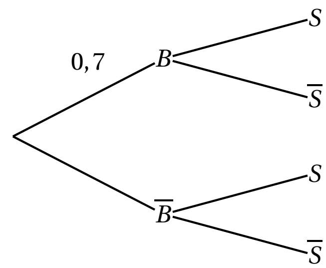
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un chalutier se rend sur sa zone de pêche. La probabilité qu'un banc de poissons soit sur cette zone est de $0,7$*. Le chalutier est équipé d'un sonar pour détecter la présence d'un banc de poissons. Si un banc est présent, le sonar indique la présence du banc dans 80 % des cas. S'il n'y pas de banc de poissons dans la zone de pêche, le sonar indique néanmoins la présence d'un banc dans 5 % des cas.*

On note :

> B *l'évènement : « il y a un banc de poissons sur zone » et* $\overline{B}$ *l'évènement contraire de* B*,*
> S *l'évènement : « le sonar indique l'existence d'un banc de poissons » et* $\overline{S}$ *l'évènement contraire de* S*.*

1. *Reproduire et compléter l'arbre pondéré suivant. Le détail des calculs n'est pas demandé.*



2. *Déterminer la probabilité* $p(B \cap S)$ *qu'il y ait un banc de poissons sur la zone et que le sonar le détecte.*
3. *Montrer que la probabilité que le sonar indique la présence d'un banc de poissons (réel ou fictif) est* $0,575$*.*
4. *Lors d'une sortie en mer, le pêcheur se trouve toujours dans l'une des trois situations suivantes :*

   Situation 1 *: un banc de poissons est présent sur la zone et le sonar le détecte. Le filet est lancé et la pêche est fructueuse. Dans ce cas le pêcheur gagne 2 000 euros.*
   Situation 2 *: il n'y a pas de banc de poissons sur zone mais le sonar en signale un. Le filet est lancé pour rien. Dans ce cas le pêcheur perd* 500 *euros.*
   Situation 3 *: le sonar ne détecte aucun banc de poisson (qu'il y en ait ou pas). Le filet n'est pas lancé et le bateau rentre au port à vide. Dans ce cas le pêcheur perd* 300 *euros.*

   a. *Reproduire et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité du « gain »(positif ou négatif) réalisé.*

Gain : x_i	2 000	-500	-300
Probabilité : p_i			

   b. *Le pêcheur effectue de nombreuses sorties. Quel gain par sortie peut-il espérer avoir ?*

5. *Le pêcheur prévoit d'effectuer trois sorties successives sur la zone de pêche. Déterminer la probabilité que, pour les trois sorties, le sonar reste muet, c'est-à-dire n'indique pas la présence d'un banc de poissons.* On donnera la valeur approchée arrondie au millième de ce résultat.

EXERCICE 2 ***5 points***

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Une étude statistique est réalisée chaque trimestre sur une population composée initialement de fumeurs. Certains d'entre eux s'arrêtent de fumer, d'autres qui ont arrêté, redeviennent fumeur.
On estime que :

– *si un individu est fumeur, la probabilité qu'il arrête de fumer (qu'il devienne non fumeur) le trimestre suivant est* 0,2 *;*
– *si un individu a arrêté de fumer (il est considéré alors comme non fumeur), la probabilité qu'il redevienne fumeur le trimestre suivant est* 0,3.

On notera X l'évènement « l'individu est fumeur »et Y l'évènement « l'individu est non fumeur ».

1. *Représenter les données précédentes par un graphe probabiliste et donner sa matrice de transition que l'on notera M (aucune justification n'est demandée, on respectera l'ordre alphabétique des sommets).*
2. *Pour un entier naturel n donné, on note x_n la proportion de fumeurs dans la population et y_n la proportion de non fumeurs au trimestre de rang n. On note $E_n = \begin{pmatrix} x_n & y_n \end{pmatrix}$ la matrice ligne donnant l'état probabiliste du système au trimestre de rang n.*

   On étudie une population initiale où tous les individus sont fumeurs. On a donc : $E_0 = (1 \quad 0)$.

   a. *Vérifier que la proportion de fumeurs à l'issue de deux trimestres est* 0,7.

   b. *Déterminer l'état E_4 de la population à l'issue d'une année.*
3. *La répartition fumeurs/non fumeurs de la population converge vers un état stable : $E = (x \quad y)$.*

   Déterminer cet état.

Partie B

Le chiffre d'affaires d'un débitant de tabac sur une période donnée est fonction de deux variables : le nombre de consommateurs, c'est-à-dire de fumeurs, et le prix moyen du paquet de tabac.
On appelle z le chiffre d'affaire en milliers d'euros, x le nombre de consommateurs en milliers et y le prix du paquet de tabac en euros. On admettra que $z = xy$.
Dans l'espace, muni d'un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on désigne par S la surface d'équation $z = xy$.

1. *Le débitant a pour clients 1 000 consommateurs réguliers et le prix moyen du paquet de tabac est de* 5 *euros.*

   a. *Quel est le chiffre d'affaires réalisé par le débitant ?*

   b. *Soit, dans un plan P parallèle au plan de base xOy, la ligne de niveau $z = 5$ de la surface S.*

   On a tracé cette ligne de niveau sur la figure 1 donnée en annexe 1. Donner son équation de la forme $y = f(x)$.

   Le nombre de consommateurs passe de 1 000 à 600. *Quel devrait être, au centime d'euros près, le nouveau prix du paquet de tabac pour que le chiffre d'affaires du débitant reste égal à 5 000 € ?*

EXERCICE 3 ***5 points***

Commun à tous les candidats

L'Organisation des Nations Unies (ONU) a établi en 2008 des statistiques et des prévisions sur la population mondiale.
*Le tableau suivant donne la population recensée par l'ONU. (*La population en 2010 est considérée par l'ONU comme très proche de la réalité compte tenu de la date à laquelle l'étude a été effectuée.*)*

Année	*1950*	*1960*	*1970*	*1980*	*1990*	*2000*	*2010*
Rang de l'année : x_i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Population (en millions de personnes) : y_i	*2 529*	*3 023*	*3 686*	*4 438*	*5 290*	*6 115*	*6 908*

1. ***a.*** *Calculer l'augmentation de population entre les années 1950 et 1960, puis entre les années 1970 et 1980, puis entre les années 1990 et 2000.*

Un ajustement affine est-il pertinent ?

b. *Calculer le pourcentage d'augmentation de la population mondiale entre les années 1990 et 2000. On donnera la valeur arrondie à 0,1 % près.*

2. *On envisage un ajustement exponentiel.*

a. *Pour chaque année* x_i*, calculer* $\ln y_i$ *et compléter le tableau suivant sur la feuille donnée en annexe 1 avec les valeurs approchées arrondies à* $0,01$ *près.*

Année	*1950*	*1960*	*1970*	*1980*	*1990*	*2000*	*2010*
x_i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
$z_i = \ln y_i$							

b. *Représenter le nuage de points* $M_i\,(x_i\ ;\ z_i)$ *sur la feuille donnée en annexe 1.*

3. ***a.*** *Déterminer une équation de la droite d'ajustement de* z *en* x *obtenue par la méthode des moindres carrés. Aucune justification n'est demandée, les calculs seront effectués avec la calculatrice et les coefficients arrondis au millième.*

b. *Tracer cette droite d'ajustement sur le graphique de la question 2.*

4. *Déduire de l'ajustement précédent l'expression de la population* y *donnée en fonction du rang* x *de l'année, sous la forme :* $y = Ae^{Bx}$ *où* A *et* B *sont des nombres réels à déterminer.*

On arrondira A *à l'unité et* B *au millième.*

5. *On suppose que* $y = 2\,180e^{0,171x}$*. Quelle estimation peut-on alors donner pour la population mondiale en 2030 ?*

On donnera les valeurs approchées arrondies au million près.

EXERCICE 4 ***6 points***

Commun à tous les candidats

Suite à un accident industriel, un gaz se répand dans un local d'usine.

L'évolution du taux de gaz dans l'air peut être modélisé grâce à la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ *par :*

$$f(x) = 2xe^{-x}$$

où x est le nombre de minutes écoulées depuis l'accident et $f(x)$ le taux de gaz dans l'air exprimé en parties pour million (ppm).

1. **a.** *On rappelle que* $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x}{e^x}\right) = 0$. *Déterminer la limite de f en $+\infty$.*

   b. *On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle* $[0~;~+\infty[$ *et on note f' sa fonction dérivée. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe pour x élément de l'intervalle* $[0~;~+\infty[$.

   Donner le tableau complet des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

2. *On admet que le taux de gaz dans l'air est négligeable après 5 minutes. C'est pourquoi, dans la suite de l'exercice, on restreindra l'étude de la fonction f à l'intervalle [0 ; 5].*

   Le plan est muni d'un repère orthogonal. La courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 5] est donnée en annexe 2.

   a. *Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle [0 ; 5] par* $F(x) = (-2-2x)e^{-x}$ *est une primitive de f sur cet intervalle.*

   b. *Calculer la valeur moyenne m (exprimée en ppm) du taux de gaz pendant les 5 minutes.*

   On déterminera la valeur exacte de m puis on donnera sa valeur approchée arrondie à $0,01$ *ppm près.*

3. ***Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.***

   On considère que le gaz a un effet irritant pour l'organisme si le taux dépasse $0,65$ *ppm pendant plus d'une minute. Déterminer si le personnel de l'usine a été affecté ou non par la fuite de gaz, en explicitant la démarche.*

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

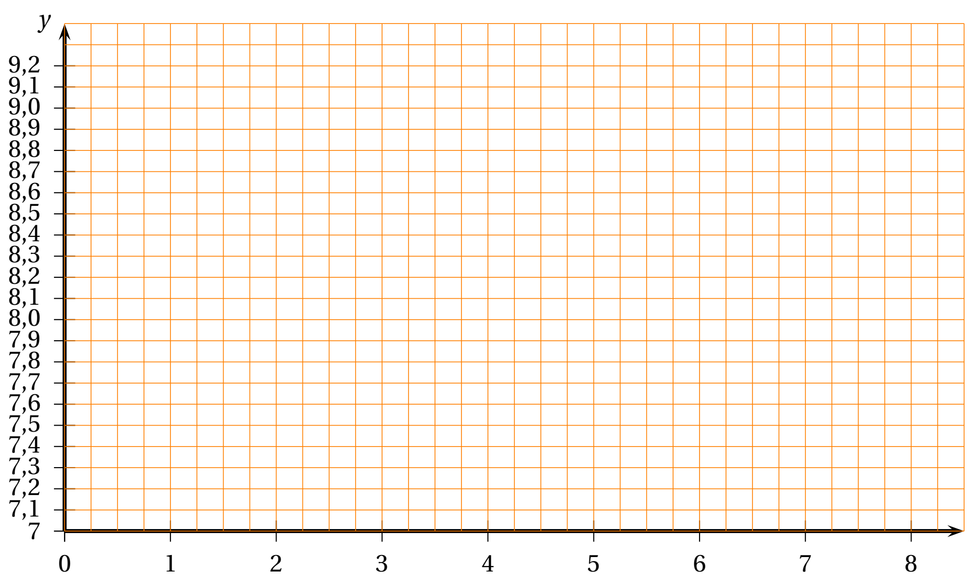
EXERCICE 3 *(commun à tous les candidats)*

Question 2 :

Tableau à compléter :

Année	*1950*	*1960*	*1970*	*1980*	*1990*	*2000*	*2010*
x_i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
$z_i = \ln y_i$							

Représentation du nuage de points $M_i\,(x_i\ ;\ z_i)$:



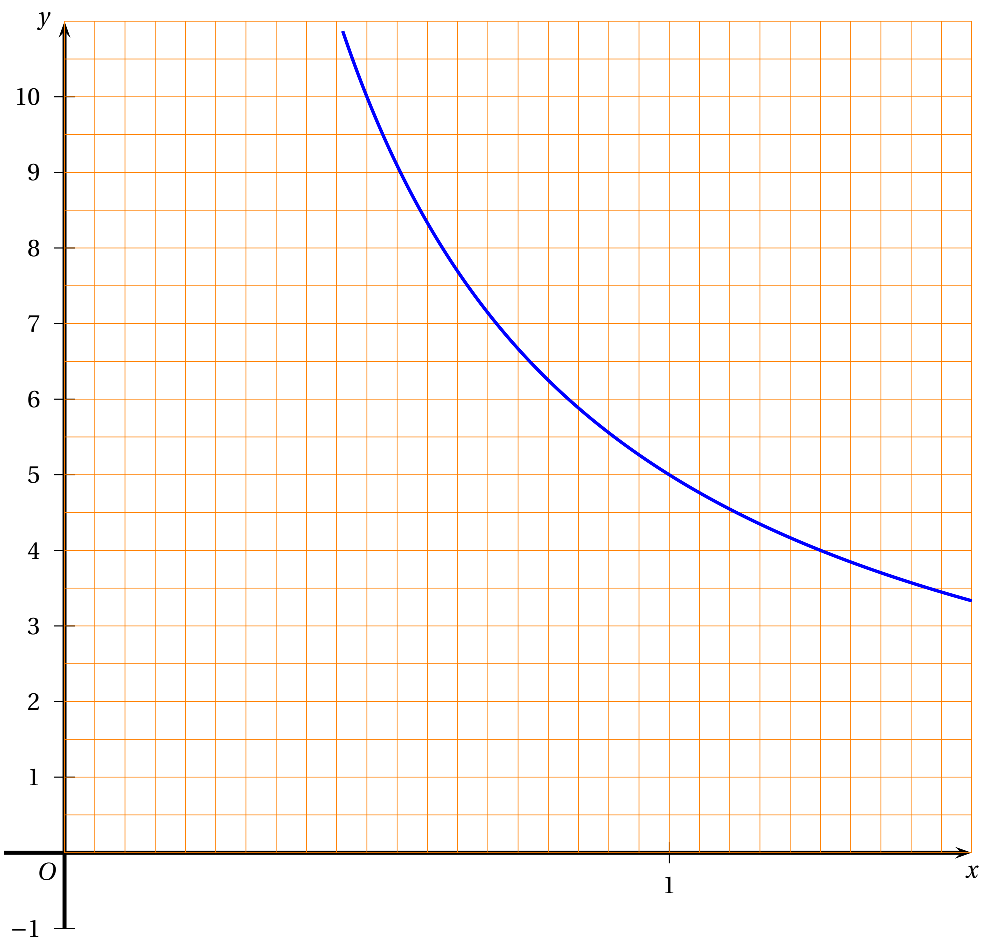
ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Exercice 4 *(commun à tous les candidats)*

Représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~5]$.

ANNEXE 1 - Exercice 2 (candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)

Ligne de niveau $z = 5$ *de la surface S.*



∽ Baccalauréat ES Polynésie 11 juin 2010 ∽

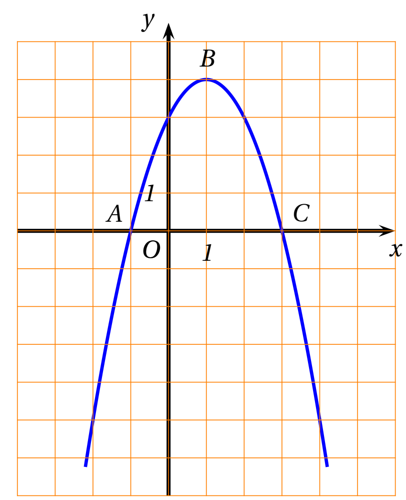
Exercice 1 — 3 points

Commun à tous les candidats.

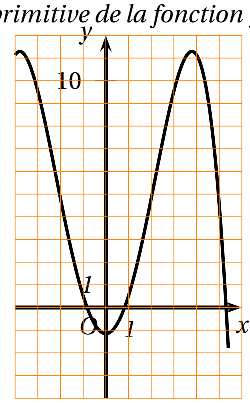
Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule réponse est exacte.
Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0,5 point, l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, il est ramené à zéro.

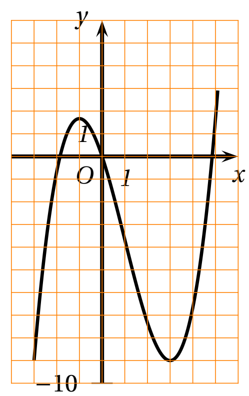
1. *Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-4 ; 6]$ dont la courbe est représentée sur la figure ci-dessous dans un repère orthonormé.*
   Les points $A(-1 ; 0)$, $B(1 ; 4)$, et $C(3 ; 0)$ appartiennent à la représentation graphique de f.



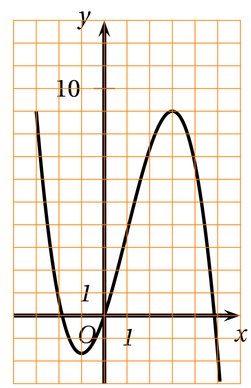
Parmi les trois courbes suivantes, laquelle est la représentation graphique d'une primitive de la fonction f ?



Courbe $\mathscr{C}_1$



Courbe $\mathscr{C}_2$



Courbe $\mathscr{C}_3$

2. *Une primitive de la fonction g définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par $g(x) = xe^x$ est la fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par :*

- $G(x) = \dfrac{x^2}{2}e^x$ • $G(x) = (x+1)e^x$ $G(x) = (x-1)e^x$

3. *La fonction h définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par $h(x) = 0,8^x$ est égale à la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par :*

- $k(x) = e^{x\ln(0,8)}$ • $k(x) = e^{0,8\ln(x)}$ $k(x) = 0,8e^x$

Exercice 2 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans le service informatique d'une société, chaque informaticien a le choix entre deux logiciels de gestion : d'une part le logiciel Bestmath, leader du marché, et d'autre part le logiciel Aurora, son concurrent. Le chef de réseau informatique enregistre chaque année, en janvier, le nombre d'utilisateurs des deux logiciels et fournit des rapports réguliers sur le comportement des utilisateurs. Lors de l'enquête de janvier 2009, la probabilité qu'un informaticien pris au hasard utilise le logiciel Aurora est $0,32$.
Lors de l'enquête suivante en janvier 2010, il a été constaté que 20 % des utilisateurs d'Aurora avaient changé de logiciel et utilisaient désormais Bestmath, tandis que 25 % des utilisateurs de Bestmath avaient changé de logiciel et utilisaient désormais Aurora.

On interroge un informaticien au hasard et on définit les évènements suivants :

- A_1 *: « la personne interrogée a choisi le logiciel Aurora la première année » ;*
- B_1 *: « la personne interrogée a choisi le logiciel Bestmath la première année » ;*
- A_2 *: « la personne interrogée a choisi le logiciel Aurora la deuxième année » ;*
- B_2 *: « la personne interrogée a choisi le logiciel Bestmath la deuxième année » ;*

1. *Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré illustrant la situation.*

2. *Calculer la probabilité qu'un informaticien utilise le logiciel Bestmath la première et la deuxième année.*

3. *Vérifier que la probabilité de l'évènement B_2 est $p(B_2) : 0,574$.*

4. *Calculer la probabilité qu'un informaticien ait utilisé le logiciel Bestmath la première année, sachant qu'il l'utilise la deuxième année (on donnera le résultat arrondi au millième).*

5. *On interroge au hasard et de façon indépendante trois informaticiens du service.*

a. *Calculer la probabilité qu'au moins un des trois informaticiens ait utilisé le logiciel Aurora la deuxième année (on donnera une valeur approchée du résultat à 10^{-3} près).*

b. Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Calculer la probabilité qu'exactement deux des trois informaticiens aient utilisé le logiciel Aurora la deuxième année (on donnera une valeur approchée à 10^{-3} près).

Exercice 2 — 5 points

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Dans une société, le service informatique utilise deux logiciels de gestion : d'une part, le logiciel Aurora, leader du marché, et d'autre part le logiciel Bestmath, son concurrent. Le chef de réseau informatique enregistre chaque année, en janvier et en juillet, le nombre d'utilisateurs des deux logiciels et fournit des rapports réguliers sur le comportement des utilisateurs.
Lors de l'enquête de janvier 2009, le chef de réseau a constaté que 32 % des informaticiens utilisait le logiciel Aurora, les autres informaticiens utilisaient le logiciel Bestmath.
Lors de chaque relevé suivant (juillet 2009, janvier 2010, ...), le chef du réseau informatique a constaté que 20 % des utilisateurs du logiciel Aurora avaient changé de logiciel et utilisaient désormais le logiciel Bestmath, tandis que 25 % des utilisateurs du logiciel Bestmath avaient changé de logiciel et utilisaient désormais Aurora.
Les semestres sont comptés à partir de janvier 2009, que l'on appellera semestre 0 *(juillet 2009 est donc le semestre 1).*
Pour tout entier naturel n, on désigne par :

- *a_n la probabilité qu'un informaticien pris au hasard utilise le logiciel Aurora le semestre n ;*
- *b_n la probabilité qu'un informaticien pris au hasard utilise le logiciel Bestmath le semestre n.*

1. ***a.*** *Traduire les données l'énoncé par un graphe probabiliste.*

b. *Écrire la matrice de transition M associée à ce graphe en respectant l'ordre alphabétique des sommets.*

2. ***a.*** *On note $P_0 = (a_0 \quad b_0)$ l'état initial de ce graphe en janvier 2009. Déterminer P_0.*

b. *On appelle P_1 l'état de la société en juillet 2009. Vérifier que $P_1 = (0,426 \quad 0,574)$.*

c. *On appelle P_2 l'état en janvier 2010. Déterminer P_2 (les résultats seront arrondis à 10^{-3}).*

3. *Dans cette partie on étudie la suite (a_n).*

a. *Démontrer que pour tout entier naturel n on a : $a_{n+1} = 0,55a_n + 0,25$.*

b. *On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par :*
$U_n = \dfrac{5}{9} - a_n$.
Démontrer que la suite (U_n) est géométrique, déterminer sa raison ainsi que le premier terme.

c. *En déduire l'expression de U_n puis de a_n en fonction de n.*

4. *Soit $P = (x \quad y)$ l'état probabiliste stable.*

a. *Déterminer x et y.*

b. Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans dans l'évaluation.

On suppose que l'utilisation du logiciel Aurora dans l'entreprise progresse régulièrement de la même façon. Le distributeur du logiciel Aurora peut-il espérer que son logiciel soit utilisé un jour par plus de 60 % des informaticiens de l'entreprise ?

Exercice 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Dans le cadre de son action en faveur du développement durable, le conseil Régional d'une région A de France métropolitaine rassemble et analyse des données sur la circulation des déchets valorisables par le recyclage. Depuis 2000, le ministère de l'Environnement fournit des données statistiques sur les quantités de déchets exportés de la région A en vue de leur valorisation.

Année	*2000*	*2001*	*2002*	*2003*	*2004*	*2005*	*2006*
Rang de l'année x_i $1 \leqslant i \leqslant 7$	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Déchets exportés y_i *(en tonnes)* $1 \leqslant i \leqslant 7$	*797*	*816*	*1 140*	*1 921*	*2 199*	*3 165*	*4 195*

Source : Ministère de l'Environnement (MEEDDAT)

1. *Sur la feuille de papier millimétré jointe, représenter le nuage de points associé à la série statistique* $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ $(1 \leqslant i \leqslant 7)$*, le plan étant rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 200 tonnes sur l'axe des ordonnées.*
2. *On considère qu'un ajustement exponentiel est adapté à l'analyse. Pour* $1 \leqslant i \leqslant 7$ *on pose alors* $z_i = \ln y_i$.

   a. *Recopier sur votre copie le tableau ci-dessous et le compléter avec les valeurs de* z_i *arrondies au centième :*

Rang x_i *de l'année* $1 \leqslant i \leqslant 7$	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
$z_i = \ln y_i$ $1 \leqslant i \leqslant 7$							

   b. *À l'aide de la calculatrice, et en utilisant les données du tableau ci-dessus, donner une équation de la droite d'ajustemeny de z en x par la méthode des moindres carrés, sous la forme* $z = ax + b$ *(les coefficients seront arrondis au millième).*

   c. *En déduire une approximation de la quantité de déchets exportés* y_i*, exprimée en tonnes, en fonction du rang de l'année x sous la forme*

   $$y = \alpha e^{\beta x}$$

3. *Selon cet ajustement, quelle quantité de déchets, arrondie à une centaine de tonnes, peut être exportée de la région A en vue d'une valorisation à l'horizon 2011 ?*

Exercice 4 — 7 points

Commun à tous les candidats

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 10] par

$$f(x) = -0,25x^2 + 2x + 3\ln(x+1) - 1,75 - 3\ln 2.$$

1. *Calculer* $f(0)$ *et* $f(1)$.
2. *On admet que la fonction* f *est dérivable sur [0 ; 10] ; on note* f' *sa fonction dérivée sur cet intervalle.*
   Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle [0 ; 10],

$$f'(x) = \frac{-0,5(x+2)(x-5)}{x+1}.$$

3. **a.** *Étudier le signe de* $f'(x)$ *sur [0 ; 10].*
   b. *Déterminer les variations de la fonction* f *sur [0 ; 10].*
   c. *Calculer la valeur exacte puis la valeur décimale arrondie au dixième du maximum de la fonction* f *sur [0 ; 10].*
4. **a.** *Justifier que l'équation* $f(x) = 0$ *admet dans l'intervalle [5 ; 10] une solution unique* x_0.
   b. *Donner, à l'aide de la calculatrice, la valeur approchée par défaut à* 10^{-1} *de* x_0.
5. *On admet qu'une primitive de la fonction* f *sur [0 ; 10] est la fonction* F *définie par :*

$$F(x) = -\frac{1}{12}x^3 + x^2 - (4,75 + 3\ln 2)x + 3(x+1)\ln(x+1).$$

   Montrer que la valeur décimale arrondie au dixième de $\dfrac{1}{10}\displaystyle\int_0^{10} f(x)\,dx$ *est* $2,8$.

Partie B

À l'approche des fêtes de fin d'année, un supermarché souhaite commercialiser des guirlandes de Noël.
On note x le nombre de guirlandes qu'il souhaite vendre (en milliers de guirlandes).
On suppose que x est un réel compris entre 0 *et* 10.
Le bénéfice réalisé pour la vente de x milliers de guirlandes, exprimé en milliers d'euros, est donné par la fonction f *définie sur [0 ; 10] par :*

$$f(x) = -0,25x^2 + 2x + 3\ln(x+1) - 1,75 - 3\ln 2.$$

*Déduire de la **partie A** les réponses aux questions suivantes (les réponses seront données à la centaine de guirlandes vendues près). On explicitera la méthode utilisée.*

1. *Combien de guirlandes le supermarché doit-il vendre pour réaliser un bénéfice sur ce produit ?*
2. *Combien de guirlandes le supermarché doit-il vendre pour réaliser un bénéfice maximal ? Quel est alors ce bénéfice maximal ? (à 100 euros près).*
3. *Quel bénéfice moyen peut espérer le supermarché en vendant entre 0 et 10 000 guirlandes ?*