Baccalauréat ES 2011

L'intégrale de septembre 2010 à juin 2011

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Antilles–Guyane septembre 2010

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires du commerce équitable en France, exprimé en millions d'euros.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : $x_i \quad 1 \leqslant i \leqslant 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires du commerce équitable en millions d'euros : $y_i \quad 1 \leqslant i \leqslant 8$	12	21	37	70	120	166	210	256

(Source : *M. H. leader du commerce équitable mondial*)

1. **a.** En 2007, le commerce de détail en France a généré un chiffre d'affaires de 447 milliards d'euros. (Source : INSEE). En 2007, quelle est la part du chiffre d'affaires du commerce équitable par rapport à celui du commerce de détail ? (on donnera le résultat en pourcentage arrondi à 0,001 %).

   b. Calculer le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaires du commerce équitable en France entre 2005 et 2008 (on donnera le résultat en pourcentage arrondi à 1 %).

Dans la suite de l'exercice, on souhaite estimer en quelle année le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007.

2. Ajustement affine

   a. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ $(1 \leqslant i \leqslant 8)$ dans un repère orthogonal du plan (on prendra 1 cm pour une année en abscisse et 1 cm pour 20 millions d'euros en ordonnée ; l'origine du repère sera prise dans le coin gauche de la feuille de papier millimétré).

   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite D d'ajustement de y en x. Les coefficients seront arrondis au dixième. Tracer la droite D dans le repère précédent.

   c. En utilisant cet ajustement affine, à partir de quelle année peut-on prévoir que le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007 ?

3. Ajustement parabolique

   Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

   L'allure du nuage suggère de choisir un ajustement parabolique.
   On propose d'ajuster le nuage par la parabole P d'équation $y = 3x^2 + 7x - 4$, x étant un nombre réel supérieur ou égal à 1.
   En utilisant cet ajustement, en quelle année peut-on prévoir que le chiffre d'affaires du commerce équitable en France dépassera le double de celui de 2007 ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province.

Une enquête est faite auprès des 1 200 employés de cette entreprise afin de connaître leur choix en matière de moyen de transport (les seuls moyens de transport proposés sont le train, l'avion ou l'autocar).

Partie A

Les résultats de l'enquête auprès des employés de l'entreprise sont répertoriés dans le tableau suivant :

	Train	Avion	Autocar	Total
Femme	468	196	56	720
Homme	150	266	64	480
Total	618	462	120	1 200

On interroge au hasard un employé de cette entreprise (on suppose que tous les employés ont la même chance d'être interrogés).

On note :

F l'évènement : « l'employé est une femme » ;

T l'évènement : « l'employé choisit le train ».

1. Calculer les probabilités $p(\text{F})$, $p(\text{T})$ puis déterminer la probabilité que l'employé ne choisisse pas le train (on donnera les résultats sous forme décimale).
2. Expliquer ce que représente l'évènement $\text{F} \cap \text{T}$, puis calculer sa probabilité.

   Les évènements T et F sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
3. L'employé interrogé au hasard ne choisit pas le train. Calculer la probabilité que cet employé soit une femme (on donnera le résultat arrondi au millième).

Partie B

Après l'étude des résultats de l'enquête, le comité d'entreprise choisit le train comme moyen de transport. Pour les employés inscrits à ce voyage, deux formules sont proposées :

- la formule n° 1 : voyage en 1e classe plus hôtel pour un coût de 150 € ;
- la formule n° 2 : voyage en 2e classe plus hôtel pour un coût de 100 €.

40 % des employés inscrits choisissent la formule n° 1.

Le comité d'entreprise propose une excursion facultative pour un coût de 30 €. Indépendamment de la formule choisie, 80 % des employés inscrits choisissent l'excursion facultative.

On interroge au hasard un employé inscrit à ce voyage. On note :

- U l'évènement : « l'employé inscrit choisit la formule n° 1 » ;
- D l' évènement : « l'employé inscrit choisit la formule n° 2 » ;
- E l' évènement : « l'employé inscrit choisit l'excursion facultative ».

1. Construire un arbre de probabilités correspondant à cette situation.
2. Montrer que la probabilité que l'employé inscrit choisisse la formule n° 2 et l'excursion facultative est égale à $0,48$.
3. Soit C le coût total du voyage (excursion comprise).
   a. Déterminer les différentes valeurs possibles que peut prendre C.
   b. Déterminer la loi de probabilité de C.

c. Calculer l'espérance de cette loi. Interpréter le résultat.

EXERCICE 3 — 3 points

Commun à tous les candidats

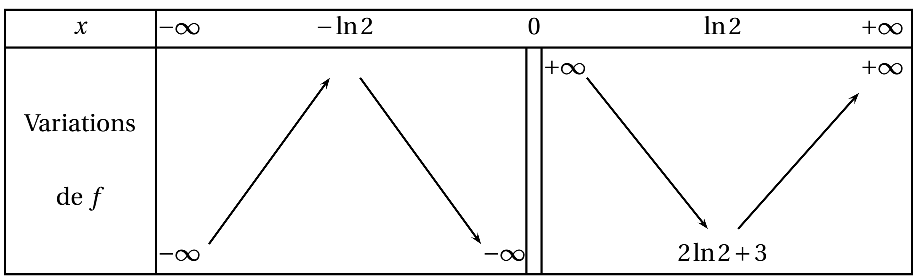
Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule réponse est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 0,75 *point. Une réponse fausse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note de l'exercice est ramenée à* 0.

Soit f une fonction définie sur $]-\infty\,;\,0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 2x + 1 + \frac{e^x}{e^x - 1}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $]-\infty\,;\,0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$.
On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
Le tableau de variations de la fonction f est donné ci-dessous.



1. Dans l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, l'équation $f(x) = e^2$ admet :
   - aucune solution
   - une unique solution
   - deux solutions

2. La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\ln(1,5)$ admet un coefficient directeur :
   - strictement positif
   - strictement négatif
   - nul

3. $f[-\ln(2)]$ est égal à :
   - $-2\ln(2) + 3$
   - $\ln\left(\frac{1}{4}\right)$
   - $-2\ln(2) + 1$

4. La courbe $\mathscr{C}$ admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote d'équation :
   - $y = 2x + 2$
   - $y = 2x + 1$
   - $x = 0$

EXERCICE 4 — 7 points

Commun à tous les candidats

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,6]$ par

$$f(x) = ax + b - \frac{16}{x} \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont des nombres réels.}$$

On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,6]$ et on note f' la fonction dérivée de f sur cet intervalle.
La courbe représentative de f, donnée en annexe, coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 1 et 4 et admet une tangente horizontale au point A de coordonnées $(2\,;\,4)$.

1. **a.** Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f'(2)$.
   b. En utilisant deux des quatre résultats de la question 1. a., déterminer les valeurs des réels a et b.
2. On admet que la fonction f est définie sur $[1\,;\,6]$ par

$$f(x) = -4x + 20 - \frac{16}{x}.$$

   a. Calculer $f'(x)$ puis étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,6]$.
   b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,6]$ en précisant uniquement les valeurs de $f(1)$, $f(2)$ et $f(4)$.
   c. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[1\,;\,6]$.
3. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[1\,;\,6]$ par

$$F(x) = -2x^2 + 20x - 18 - 16\ln x.$$

   a. Montrer que F est la primitive de la fonction f sur $[1\,;\,6]$ telle que $F(1) = 0$.
   En utilisant les résultats des questions précédentes, dresser le tableau de variations de la fonction F sur l'intervalle $[1\,;\,6]$, les valeurs seront arrondies au millième.

PARTIE B

Une entreprise fabrique des pièces pour assemblage de moteurs qu'elle conditionne par centaines. Sa fabrication journalière varie entre 100 et 600 pièces. L'objectif est d'étudier le bénéfice quotidien réalisé par cette entreprise.

Une étude a montré que le bénéfice marginal quotidien de cette entreprise est modélisé par la fonction f définie dans la partie A, appelée fonction « bénéfice marginal ». Pour x compris entre 1 et 6, x est exprimé en centaines de pièces fabriquées et vendues quotidiennement et $f(x)$ est exprimé en milliers d'euros.

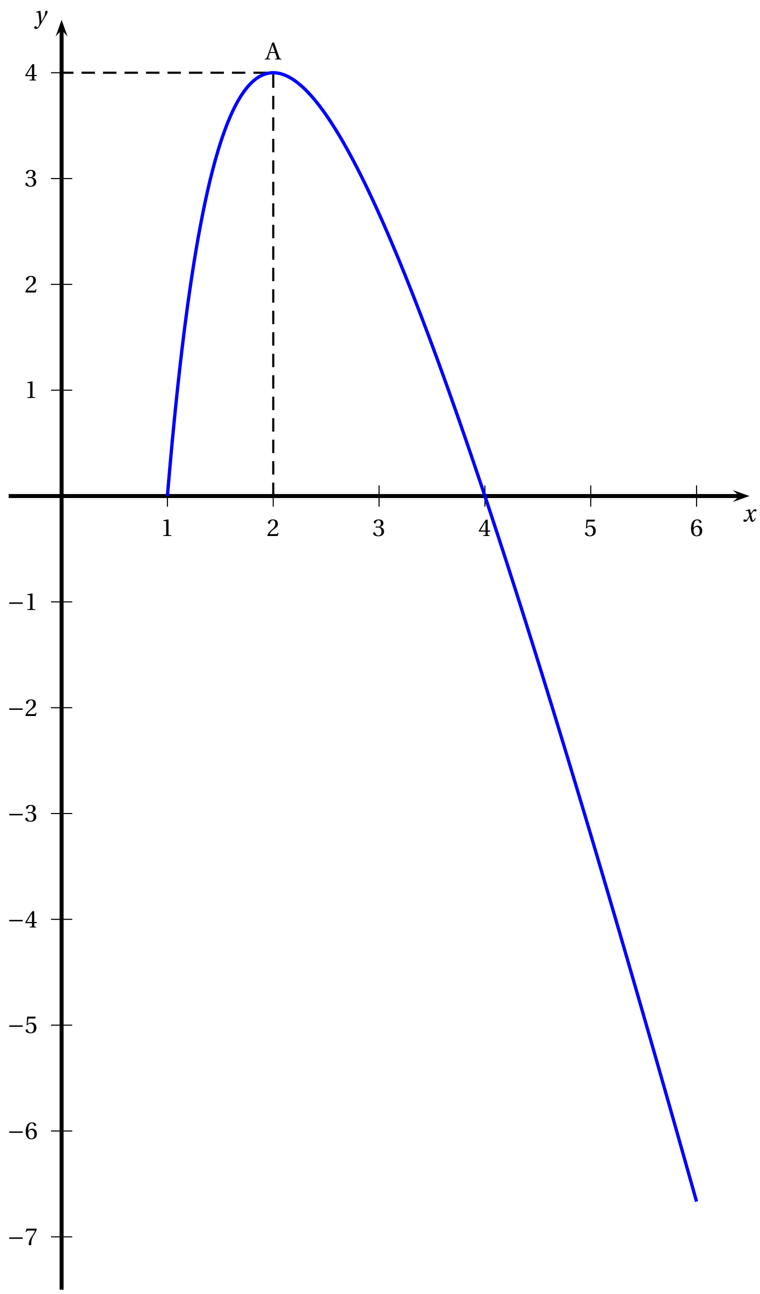
En économie, la fonction « bénéfice marginal » est considérée comme la dérivée d'une fonction appelée fonction « bénéfice ».
On sait de plus que le bénéfice de l'entreprise est nul pour la fabrication et la vente quotidienne de 100 pièces.

Dans ces questions toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Déterminer la quantité de pièces à fabriquer et à vendre quotidiennement pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. En déduire le bénéficie maximal (on donnera ce bénéfice maximal arrondi à l'unité d'euro).
2. Déterminer la quantité de pièces à fabriquer et à vendre quotidiennement pour que l'entreprise réalise un bénéfice supérieur à 3 000 € (on donnera le résultat arrondi à l'unité)

ANNEXE

Exercice 4



Baccalauréat ES Métropole–La Réunion 17 septembre 2010

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

On s'intéresse à la population des personnes âgées de plus de 65 ans d'un certain pays en 2006.
Dans cette population :

- 58 % sont des femmes ;
- 5 % des personnes sont atteintes d'une maladie incurable appelée maladie $\mathscr{A}$ et parmi celles-ci les deux tiers sont des femmes.

On choisit au hasard une personne dans cette population.
On note :

F l'évènement : « la personne choisie est une femme » ;

H l'évènement : « la personne choisie est un homme » ;

A l'évènement : « la personne choisie est atteinte de la maladie $\mathscr{A}$ » ;

$\overline{A}$ l'évènement : « la personne choisie n'est pas atteinte de la maladie $\mathscr{A}$ ».

Les résultats seront arrondis au millième.

1. **a.** Donner la probabilité de l'évènement F et celle de l'évènement A.
   Donner la probabilité de l'évènement F sachant que l'évènement A est réalisé, notée $p_A(F)$.

   b. Définir par une phrase l'évènement $A \cap F$ puis calculer sa probabilité.

   c. Montrer que la probabilité de l'évènement A sachant que F est réalisé est égale à $0,057$ à 10^{-3} près.
2. La personne choisie est un homme. Démontrer que la probabilité que cet homme soit atteint de la maladie $\mathscr{A}$ est égale à $0,040$ à 10^{-3} près.
3. Peut-on affirmer que, dans ce pays en 2006, dans la population des personnes âgées de plus de 65 ans, une femme risquait davantage de développer la maladie $\mathscr{A}$ qu'un homme ? Justifier.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est composé de deux parties :

- la partie I est un « vrai-faux » sans justification,
- la partie II est un questionnaire à choix multiples avec justification.

PARTIE 1 : Pour chacune des affirmations, **recopier sur la copie le numéro de la question et indiquer sans justifier** si elle est vraie ou fausse.

Une réponse exacte rapporte $0,5$ *point, une réponse fausse enlève* $0,25$ *point. L'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette partie est ramenée à zéro.*

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x^2+3}{x-4} = +\infty$
2. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]-\infty~;~3[$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$. On note C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère. La tangente à la courbe C au point d'abscisse 2 a pour équation $y = -6x+9$.
3. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln\left(x^2+5\right)$. Le nombre dérivé de la fonction f en 1 est $\dfrac{1}{3}$.
4. Soit f la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x+1$. On définit la fonction g par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$. On affirme que la fonction g est définie sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}~;~+\infty\right[$.

PARTIE II : Pour chacune des questions, une seule réponse parmi les trois est exacte. **Indiquer sur la copie le numéro** de la question **et la réponse choisie correspondante** puis **justifier cette réponse**.
Chaque réponse exacte et justifiée rapportera 1 *point.*
Toute trace de recherche. même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Si pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0~;~+\infty[$, $\text{e}^{-x} \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{1}{x+1}$, alors la limite en $+\infty$ de $f(x)$ est :	$-\infty$	0	$+\infty$
2. $\dfrac{\ln\left(\text{e}^2\right)}{\ln 16}$ est égal à :	$2\ln\left(\dfrac{\text{e}}{4}\right)$	$\dfrac{1}{2\ln 2}$	$2\ln \text{e} - \ln 16$
3. $\displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} \dfrac{\text{e}^x}{\left(\text{e}^x+1\right)^2}\,\text{d}x$ est égale à :	$-\dfrac{1}{12}$	$\ln\left(\dfrac{4}{3}\right)$	$\dfrac{1}{12}$

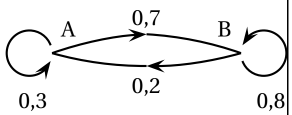
EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses parmi les trois proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie, le numéro de la question et la lettre correspondant à la question choisie.

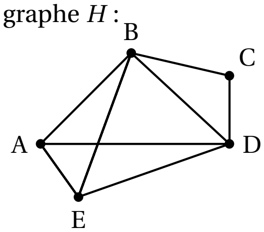
Partie 1 : Aucune justification n'est demandée

Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.*

<table>
<tr><th>Énoncé</th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td rowspan="6">1. Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$, on désigne par (S) l'ensemble des points M de coordonnées $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ tels que $z = 2x - y^2 + 1$ et par (P) le plan d'équation $2x + 3y - 5 = 0$.</td><td colspan="3">1. a. La surface (S) passe par le point de coordonnées :</td></tr>
<tr><td>$(1\ ;\ -1\ ;\ 4)$</td><td>$(-1\ ;\ -1\ ;\ 0)$</td><td>$(1\ ;\ -1\ ;\ 2)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">1. b. La courbe de niveau de cote 3 de la surface (S) est :</td></tr>
<tr><td>une droite</td><td>une parabole</td><td>une hyperbole</td></tr>
<tr><td colspan="3">1. c. Le plan (P) :</td></tr>
<tr><td>contient le point de coordonnées $(0\ ;\ 0\ ;\ -5)$</td><td>est parallèle au plan $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$</td><td>est parallèle à l'axe $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{k}\right)$</td></tr>
<tr><td colspan="4">2. Soient G le graphe probabiliste ci-dessous et M la matrice de transition associée à ce graphe, les sommets étant rangés dans l'ordre alphabétique.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$M^2 = \begin{pmatrix}0,23 & 0,77\\0,22 & 0,78\end{pmatrix}$</td><td>$M = \begin{pmatrix}0,7 & 0,3\\0,8 & 0,2\end{pmatrix}$</td><td>$M = \begin{pmatrix}0,3 & 0,8\\0,2 & 0,7\end{pmatrix}$</td></tr>
</table>

Partie II : Recopier pour chaque question la réponse exacte et justifier celle-ci.

Chaque réponse exacte et bien justifiée rapportera 1 *point.*
Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

<table>
<tr><td>1. On considère le graphe H :


On peut affirmer que :</td><td>a.</td><td>Le graphe H admet une chaîne eulérienne.</td><td>Le graphe H admet un cycle eulérien.</td><td>Le graphe H est complet.</td></tr>
<tr><td></td><td>b.</td><td>Le nombre chromatique du graphe est 3.</td><td>Le graphe admet un sous-graphe complet d'ordre 4.</td><td>Le graphe n'est pas connexe.</td></tr>
<tr><td>2. On définit la suite (u_n) par $u_0 = 4$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = -0,4u_n + 1750$. On définit la suite (v_n) pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1250$. Alors :</td><td></td><td>La suite (v_n) est arithmétique.</td><td>La suite (v_n) est géométrique.</td><td>La suite (u_n) est géométrique.</td></tr>
</table>

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

Partie A : Étude d'une fonction

On considère les fonctions f, g et h définies et dérivables pour tout nombre réel x de l'intervalle $[4\ ;\ 6]$ par :

$$f(x) = 100\left(\mathrm{e}^x - 45\right),\ g(x) = 10^6\mathrm{e}^{-x} \text{ et } h(x) = g(x) - f(x).$$

On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur l'intervalle $[4\,;6]$.

Résolution de l'équation $h(x) = 0$.

1. **a.** Démontrer que la fonction h est strictement décroissante sur l'intervalle $[4\,;6]$.
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction h.
   c. Justifier que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[4\,;6]$.

2. **a.** Compléter le tableau de valeurs donné en annexe (les résultats seront arrondis à la centaine la plus proche).
   b. Sur la figure fournie en annexe, tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_h$ de la fonction h dans le plan muni d'un repère orthogonal.
   c. Placer α sur ce graphique et en donner un encadrement d'amplitude 10^{-1}.

Dans la suite de l'exercice, on admet que la valeur exacte du nombre réel α est égale à $3\ln 5$ *où* ln *désigne la fonction logarithme népérien.*

Partie B : Application économique

Les fonctions f et g définies dans la partie A modélisent respectivement l'offre et la demande d'un produit de prix unitaire x, compris entre 4 et 6 euros :

- $f(x)$ est la quantité, exprimée en kilogrammes, que les producteurs sont prêts à vendre au prix unitaire x ;
- $g(x)$ la quantité, exprimée en kilogrammes, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix unitaire x.

On appelle prix unitaire d'équilibre du marché la valeur de x pour laquelle l'offre est égale à la demande.

1. Quel est, exprimé au centime d'euro près, le prix unitaire d'équilibre du marché ? Justifier.
2. Quelle quantité de produit, exprimée en kilogrammes, correspond à ce prix unitaire d'équilibre ?

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

L'évolution de la population de bouquetins des Alpes, dans le Parc National de la Vanoise depuis sa création, est donnée par le tableau suivant :
On note X_i l'année, l'indice i étant un nombre entier variant de 1 à 8.
On note x_i le rang de l'année par rapport à 1960 : $x_i = X_i - 1960$.
On désigne par y_i le nombre de bouquetins l'année X_i.

Année X_i	1963	1976	1986	1993	1997	1998	2003	2005
Rang de l'année x_i	3	16	26	33	37	38	43	45
Nombre de bouquetins y_i	65	500	700	1 250	1 453	1 800	2 066	2 568

(Source : http ://www.bouquetin-des-alpes.org/populations/vanoiselvanoise.htm)

On se place dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :

- 5 cm pour 10 années sur l'axe des abscisses,
- 1 cm pour 200 bouquetins sur l'axe des ordonnées.

On note M_i le point de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.
Ainsi M_1 a pour coordonnées (3 ; 65) et M_3 a pour coordonnées (26 ; 700).

1. En disposant la feuille de papier millimétrée dans le sens de la longueur pour les abscisses, représenter le nuage des huit points $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$ et M_8.
2. Dans cette question, on ne s'intéresse qu'au sous-nuage formé par les six points M_3, M_4, M_5, M_6, M_7 et M_8.
   On admet qu'un ajustement affine de ce sous-nuage est justifié et que la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés pour ce sous-nuage a pour équation $y = 92,6x - 1\,787$.

a. Tracer cette droite D sur le graphique précédent.

b. Estimer, avec cet ajustement affine, le nombre de bouquetins que l'on peut prévoir dans le Parc National de la Vanoise en 2010.

3. Dans cette question, on s'intéresse au nuage constitué des huit points $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7$ et M_8.

L'allure de ce nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel de la série.

a. On pose $z_i = \ln y_i$.

Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.

b. En déduire une relation entre y et x de la forme $y = A\text{e}^{Bx}$, A étant arrondi à l'unité et B au centième.

c. En utilisant cette modélisation, calculer le nombre de bouquetins que l'on peut prévoir en 2010 dans le Parc.

d. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

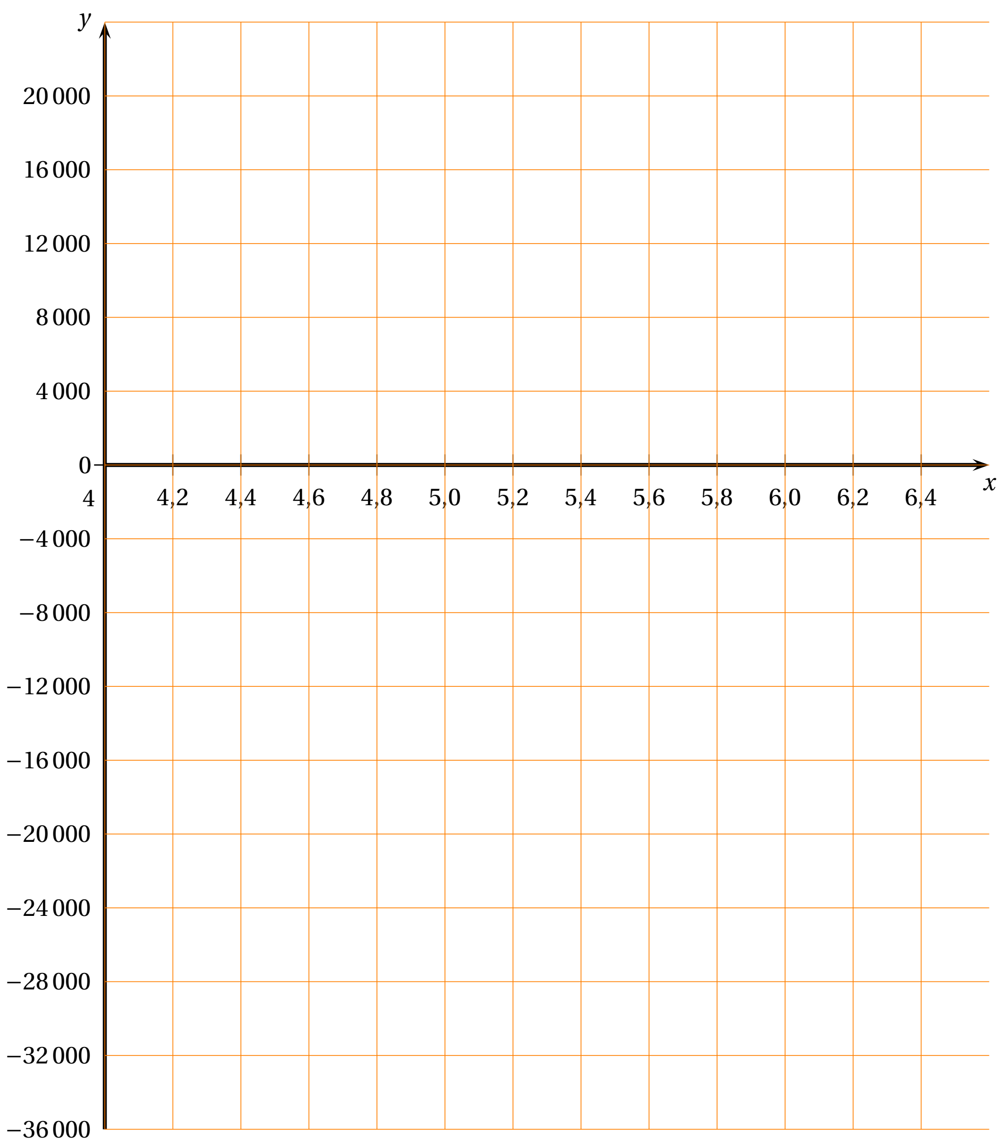
En utilisant cette modélisation, à partir de quelle année la population de bouquetins dépassera-t-elle 5 000 unités ?

Annexe de l'exercice 3 à rendre avec la copie

Tableau à compléter

x	4	4,2	4,4	4,6	4,8	5	5,2	5,4	5,6	5,8	6
$h(x)$	17 400					−3 600	−8 100			−25 500	−33 400

Graphique à compléter



Durée : 3 heures

Baccalauréat ES Polynésie septembre 2010

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un nom de domaine, sur Internet, est constitué de deux éléments :

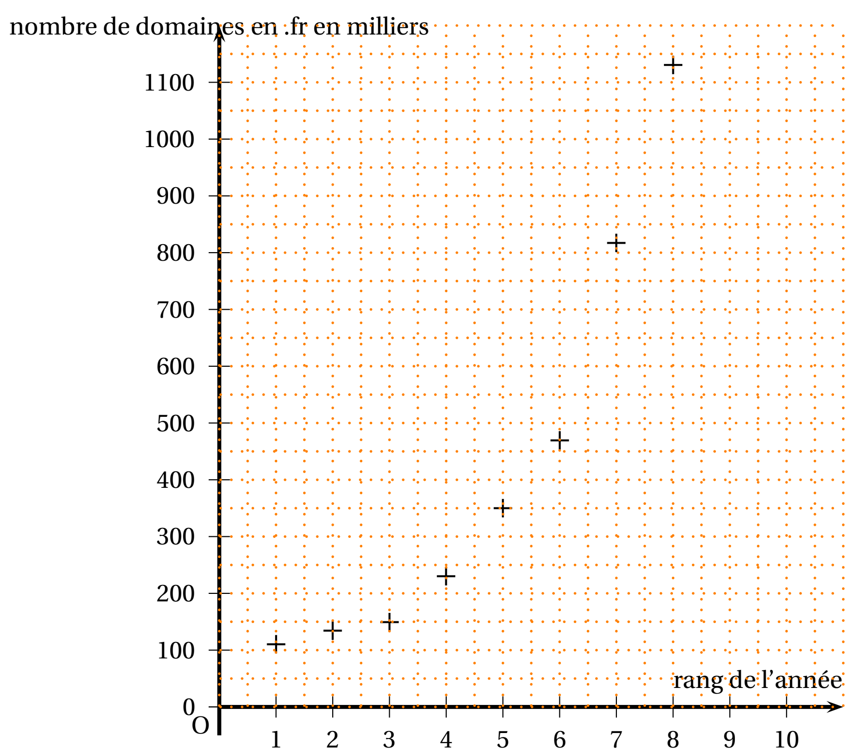
- un nom (celui d'une société, d'une marque, d'une association, d'un particulier. ..) ;
- une extension (appelée aussi suffixe) : .fr, .de, .ca, .jp, .net, .com, .org, etc.

Le tableau ci-dessous donne, en milliers, le nombre de domaines en « .fr » gérés par l'AFNIC (*Association Française pour le Nommage Internet en Coopération*), organisme qui centralise les noms de domaine Internet, pour les mois de juin des années 2001 à 2008 :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang x_i de l'année $1 \leqslant i \leqslant 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre y_i des domaines en « .fr », en milliers, $1 \leqslant i \leqslant 8$	105,045	128,927	143,741	224,452	344,465	463,729	811,674	1 125,161

(Source : AFNIC, 2009)

Le nuage de points associé à cette série statistique est donné ci-dessous.



1. Calculer, en pourcentage, l'augmentation du nombre de domaines en « .fr »entre juin 2001 et juin 2002, arrondi à 1 %.
2. **a.** Expliquer pourquoi un ajustement affine de y en x ne semble pas justifié.

   On cherche alors un ajustement exponentiel.

b. Pour tout $1 \leqslant i \leqslant 8$, on pose $z_i = \ln y_i$.

Recopier sur votre copie et compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs de z_i arrondies au centième :

Rang de l'année x_i $1 \leqslant i \leqslant 8$	1	2	3	4	5	6	7	8
$z_i = \ln y_i$								

c. À l'aide de la calculatrice et en utilisant les données du tableau précédent, donner une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés sous la forme $z = ax + b$ (les coefficients seront arrondis au centième).

d. En déduire que $y = 60,34\mathrm{e}^{0,35x}$ où les coefficients sont arrondis au centième, est une ajustement exponentiel possible.

3. **a.** En utilisant le modèle trouvé à la question 2. d., quel est le nombre estimé de domaines en « .fr »en juin 2009 ? (le résultat sera arrondi au millier).

b. Si l'erreur commise en utilisant le modèle proposé est inférieure à 1 %, on considère que le modèle est pertinent.

En réalité, le relevé de juin 2009 de l'AFNIC indiquait 1 412 652 domaines en « .fr ». Le modèle proposé est-il pertinent ?

4. **a.** Résoudre dans l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ l'inéquation $60,34\mathrm{e}^{0,35x} \geqslant 10\,000$ (le résultat sera arrondi au dixième).

b. En déduire, en utilisant le modèle trouvé à la question 2. d., à partir du mois de juin de quelle année le nombre de « domaines en .fr » dépassera 10 millions.

EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

« Un geste qui sauve : en France, chaque année, 55 000 personnes sont victimes d'un accident cardio-vasculaire. Sept fois sur dix, ces accidents surviennent devant témoin. » (*Source : TNS / Fédération Française de Cardiologie, 2009*).
En 2009, environ 36 % de la population française a appris à accomplir les gestes qui sauvent.

Partie 1

Lors d'un accident cardio-vasculaire devant témoins, on admet que la proportion de témoins formés aux gestes qui sauvent suit la proportion nationale.
La probabilité qu'un accident cardio-vasculaire se produise devant un témoin formé aux gestes qui sauvent est de 0,25.
Lorsque l'accident cardio-vasculaire s'est produit devant un témoin formé aux gestes qui sauvent, la probabilité que le malade survive est 0,1.
Sinon, la probabilité que le malade survive est de 0,007.

On appelle T l'évènement : « L'arrêt cardiaque s'est produit devant un témoin formé aux gestes qui sauvent ».
On appelle S l'évènement : « Le malade survit à l'arrêt cardiaque ».
On appelle $\overline{\mathrm{T}}$ et $\overline{\mathrm{S}}$ les évènements contraires à T et à S.

Rappel de notation : si A et B sont deux évènements donnés, $p(\mathrm{A})$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
On pourra s'aider d'un arbre pondéré. Les résultats seront arrondis au centième.

1. Déterminer, d'après l'énoncé, $p(\mathrm{T})$, $p_{\mathrm{T}}(\mathrm{S})$ et $p_{\overline{\mathrm{T}}}(\mathrm{S})$.

2. En déduire $p(\text{T} \cap \text{S})$.

3. Vérifier que la valeur arrondie au centième de $p(\text{S})$ est 0,03.

4. Interpréter ces deux derniers résultats.

5. Justifier que le nombre de victimes d'accidents cardiaques survivant à cet accident peut s'estimer à environ 1 650.

Partie 2

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

En 2015 tous les lieux publics (stades, centres commerciaux, ...) seront équipés en défibrillateurs. Par ailleurs, un sondage montre qu'environ 71 % de la population souhaite se former à accomplir les gestes qui sauvent. Si ce taux de formation est atteint :

- la probabilité que l'accident cardiaque survienne devant un témoin formé aux gestes qui sauvent serait de $0,5$;
- la probabilité de survie en cas d'intervention d'un témoin formé aux gestes qui sauvent serait augmentée à $0,25$, et $0,046$ sinon.

Déterminer combien de vies supplémentaires pourraient être sauvées si ces conditions étaient satisfaites.

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]2\ ;\ +\infty[$. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $]2\ ;\ +\infty[$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

x	2		3		10		$+\infty$
Signe de $f'(x)$	||	$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de f	|| $-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	-5	$\nearrow$	4

On suppose de plus que $f(5) = 0$ et que $f'(5) = -2$.

1. À l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes. **Aucune justification n'est demandée.**

a. Quelles sont les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition ?

Interpréter graphiquement les résultats.

b. Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 3.

c. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$ sur l'intervalle $]2\ ;\ +\infty[$?

2. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]2\ ;\ +\infty[$ par : $g(x) = \text{e}^{f(x)}$.

a. Calculer $g(5)$.

b. Calculer la limite de la fonction g en 2.

c. Déterminer le sens de variations de g sur l'intervalle $[3~;~10]$, en justifiant la réponse.

d. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 5.

EXERCICE 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;4]$ par

$$f(x) = -x^2 - x + 4 + \ln(x+1).$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le repère orthogonal, donnée en annexe.
On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;4]$.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Justifier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;~4]$.

3. Montrer que sur l'intervalle $[0\,;~4]$, l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α.

Donner un encadrement de α d'amplitude 0,01. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0\,;4]$.

4. On définit la fonction F dérivable sur l'intervalle $[0\,;4]$ par :

$$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + (x+1)\ln(x+1).$$

Montrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;4]$.

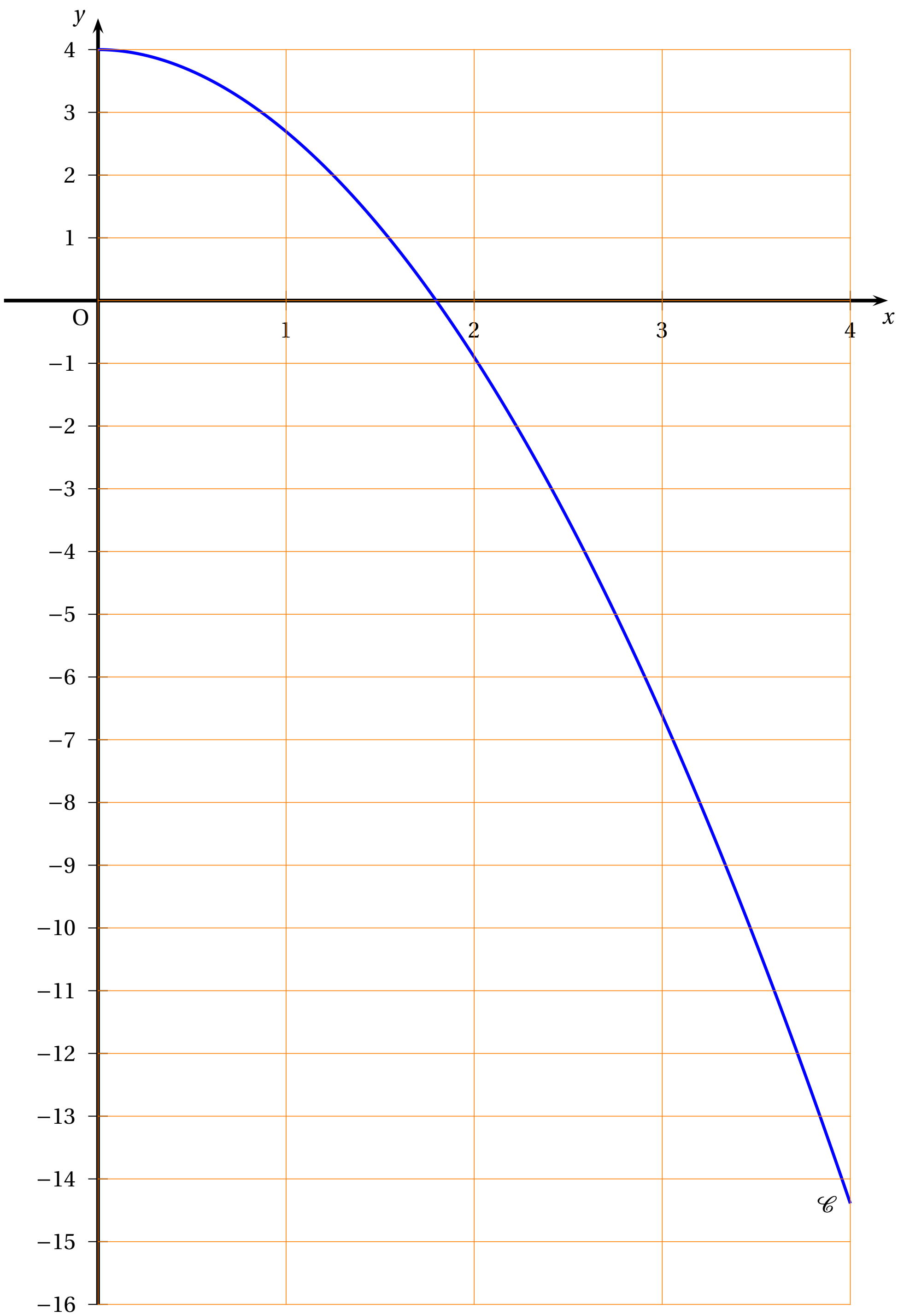
5. Soit $\mathscr{A}$ l' aire, en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$ délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.

a. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$ sur la figure fournie en annexe.

b. Par lecture graphique, donner un encadrement par deux entiers consécutifs de $\mathscr{A}$.

c. Calculer la valeur exacte en unités d'aire de $\mathscr{A}$. Vérifier la cohérence de vos résultats.

ANNEXE à rendre avec la copie
Exercice 4



Baccalauréat ES Amérique du Sud novembre 2010

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Le sujet nécessite une feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1 **5 points**
Commun à tous les candidats

On se propose d'étudier l'évolution des productions d'électricité d'origines hydraulique et éolienne depuis 1999.
Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A : Production d'électricité d'origine hydraulique

Le tableau suivant donne la production d'électricité d'origine hydraulique en France pour plusieurs années entre 2000 et 2005.

Année	2000	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i :	0	2	3	4	5
Production en GWh y_i :	71 593	65 826	64 472	65 393	57 271

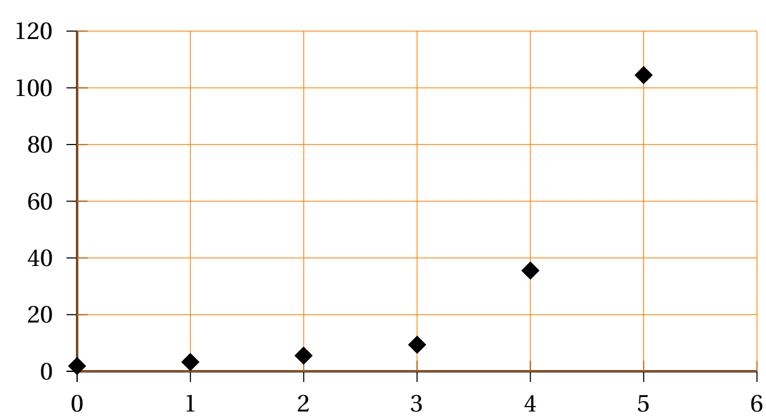
1. Représenter, dans le plan muni d'un repère orthogonal, le nuage de points associés à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ définie ci-dessus.
   On utilisera une feuille de papier millimétré et on choisira comme unités graphiques 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 5 cm pour 10 000 GWh sur l'axe des ordonnées. On débutera la graduation sur l'axe des ordonnées à 50 000.
2. L'allure du nuage de points permet d'envisager un ajustement affine.
   a. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, l'équation $y = mx + p$ de la droite d d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, les coefficients m et p seront arrondis au dixième.
   b. Placer le point G et tracer la droite d sur le graphique précédent.

Partie B : Production d'électricité d'origine éolienne

Le tableau suivant donne la capacité de production d'électricité d'origine éolienne installée enFrance de 2003 à 2008.

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i :	0	1	2	3	4	5
Puissance installée en MWh y_i :	1,9	3,3	5,5	9,4	35,5	104,5

1. Ces données sont représentées par le nuage de points ci-après :



On considère qu'un ajustement affine n'est pas pertinent.

L'allure du nuage suggère de rechercher un ajustement exponentiel de y en x.
Pour cela on pose pour tout entier naturel i compris entre 0 et 5 :

$$z_i = \ln\left(\frac{y_i}{100}\right)$$

Dans les questions a et b suivantes, les calculs seront effectués à la calculatrice. Aucune justification n'est demandée. Les résultats seront arrondis au centième.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Puissance installée : y_i	1,9	3,3	5,5	9,4	35,5	104,5
$z_i = \ln\left(\frac{y_i}{100}\right)$						

b. Déterminer une équation de la droite d' d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés.

c. Sachant que $z = \ln\left(\frac{y}{100}\right)$, déterminer l'expression de y sous la forme $k\mathrm{e}^{ax}$ où k et a sont des nombres réels à calculer.

2. On suppose que l'évolution de la puissance installée se poursuit dans un avenir proche selon le modèle précédent.
Estimer, au centième de MWh près, la puissance installée prévue pour l'année 2010.

EXERCICE 2 — 5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, quatre affirmations sont proposées, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point.
Pour chaque question, le candidat notera sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte. Aucune justification n'est demandée.

1. f est la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;\,0]$ par $f(x) = x^2$. Sa valeur moyenne sur l'intervalle $[-3\,;\,0]$ est :

- $\mu = 4,5$
- $\mu = 3$
- $\mu = \frac{1}{3}$
- $\mu = -3$

2. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln\left(x^2 + x + 1\right)$, f' désigne sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.
Alors :

- $f'(x) = \dfrac{1}{x^2 + x + 1}$
- $f'(x) = \dfrac{1}{2x + 1}$
- $f'(x) = \dfrac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$
- $f'(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{2x + 1}$

3. La primitive F de la fonction f définie sur l'intervalle $\mathrm{I} =]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 3}{x}$ telle que $F(1) = 1$ vérifie :

- $F(x) = \dfrac{\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x}{\frac{1}{2}x^2} - \dfrac{17}{3}$
- $F(x) = x^2 - 1 + 3\ln x$
- $F(x) = x^2 - x + 3\ln x + 1$
- $F(x) = 2 - \dfrac{3}{x^2} + 1$

4. f est la fonction définie sur l'intervalle I $=]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{5}{x}$, on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère donné du plan. L'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$ est égale à :

   - $5\ln 2$
   - $\ln 10 - \ln 5$
   - $3,466$
   - $\ln\left(\dfrac{2}{5}\right) - \ln\left(\dfrac{1}{5}\right)$

5. La limite de la fonction f définie sur l'intervalle I $=]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = x^2 - x - \ln x$ lorsque x tend vers $+\infty$ est :

   - $-\infty$
   - 0
   - e
   - $+\infty$

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

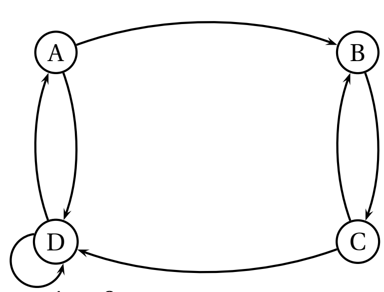
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, quatre affirmations sont proposées, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point.*
Pour chaque question, le candidat notera sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte. Aucune justification n'est demandée.

1. Les points A $(1\,;2\,;3)$, B$(3\,;2\,;1)$ et C $(1\,;1\,;1)$ sont trois points de l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$. Le plan (ABC) est parallèle au plan P d'équation :
   - $x + y - z = 0$
   - $y = \dfrac{1}{2}$
   - $x + y + z - 1 = 0$
   - $x - 2y + z + 3 = 0$

2. Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{1+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^n}{1+n}$. Cette suite :
   - a pour limite $\dfrac{1}{n}$
   - a pour limite 0
   - a pour limite 1
   - n'a pas de limite

3. Le graphe ci-contre admet exactement n chaînes de longueur 4 allant de A vers B avec :

   - $n = 1$
   - $n = 3$
   - $n = 5$
   - $n = 8$

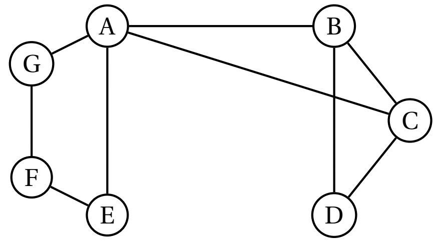


4. La suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{4n+3}{n+1}$:
   - n'est pas monotone
   - n'admet pas de limite

- est croissante
- est majorée par 0

5. Le graphe ci-dessous a un nombre chromatique κ égal à :

- 2
- 3
- 4
- 5



EXERCICE 3 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, on appellera motard tout conducteur d'une moto dont la cylindrée est supérieure à 50 cm^3. Ces motards se décomposent en deux catégories :

– la catégorie A définie par le fait que les motards conduisent une moto de cylindrée 125 cm^3 ou plus,
– la catégorie B définie par le fait que les motards conduisent une moto d'une cylindrée strictement inférieure à 125 cm^3.

La moto peut être de type *sportive* ou *routière*.

On considère que :

- ceux de la catégorie A représentent 44 % de l'ensemble des motards
- 65 % de ceux de la catégorie B possèdent une moto de type sportive.

On interroge au hasard un motard et on note :

A : l'évènement « le motard est de la catégorie A »,
B : l'évènement « le motard est de la catégorie B »,
S : l'évènement « la moto est de type sportive »,
R : l'évènement « la moto est de type routière ».

Tous les résultats des différents calculs seront donnés sous forme décimale et arrondis au millième. On pourra utiliser un arbre de probabilité ou un tableau.

1. Montrer que la probabilité que le motard interrogé soit dans la catégorie B et conduise une moto de type routière est égale à 0,196.

2. 36,6 % des motos sont de type routière.
Quelle est la probabilité que le motard choisi conduise une moto de type sportive et soit dans la catégorie A ?

3. Quelle est la probabilité qu'un motard soit dans la catégorie B sachant qu'il conduit une moto de type routière ?

4. On choisit au hasard et de façon indépendante trois motards. Quelle est la probabilité qu'au moins un d'entre eux soit de la catégorie B ?

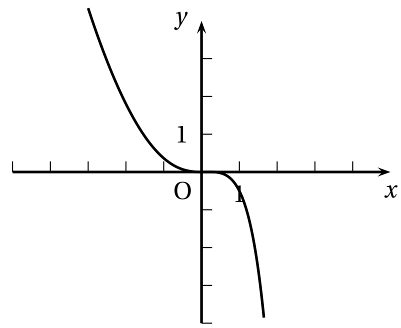
EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On considère la fonction numérique f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que, pour tout réel x, on ait :

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - x^2 \mathrm{e}^{x-1}.$$

On note f' sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.
Le graphique ci-après est la courbe représentative de cette fonction telle que l'affiche une calculatrice dans un repère orthogonal.



1. Quelle conjecture pourrait-on faire concernant le sens de variation de f sur l'intervalle $[-3~;~2]$ en observant cette courbe ?

Dans la suite du problème, on va s'intéresser à la validité de cette conjecture.

2. Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = xg(x)$ où $g(x) = 1-(x+2)\text{e}^{x-1}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

Pour la suite, on admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note g' sa fonction dérivée.

3. Étude du signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

a. Calculer les limites respectives de $g(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et quand x tend vers $-\infty$.

On pourra utiliser sans la démontrer l'égalité : $g(x) = 1 - \dfrac{x\text{e}^x + 2\text{e}^x}{\text{e}}$.

b. Calculer $g'(x)$ et étudier son signe suivant les valeurs du nombre réel x.

c. En déduire le sens de variation de la fonction g puis dresser son tableau de variation en y reportant les limites déterminées précédemment.

d. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ possède une unique solution dans $\mathbb{R}$. On note α cette solution. Justifier que $0,20 < \alpha < 0,21$.

e. Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

4. Sens de variation de la fonction f

a. Étudier le signe de $f'(x)$ suivantlesvaleursdex.

b. En déduire le sens de variation de la fonction f

c. Que pensez-vous de la conjecture de la question 1 ?

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2010

EXERCICE 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

1. Dans cette question aucune justification n'est demandée, tous les tracés demandés seront effectués sur le repère orthonormal fourni en annexe 2 qui sera rendu avec la copie.

   On souhaite tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f satisfaisant les conditions suivantes :

   – La fonction f est définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
   – Le maximum de la fonction f est 5, il est atteint pour $x = 0$.
   – Le minimum de la fonction f est 1.
   – La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
   On note f' la fonction dérivée de f et on sait que $f'(0) = -3$, $f(6) = 3$ et $f'(6) = 2$.
   – Le signe de la fonction dérivée f' de f est donné par le tableau suivant :

x	0		4		6
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	

   a. Compléter le tableau de variations de la fonction f, fourni en annexe 1. On fera figurer dans le tableau les images par f de 0, de 4 et de 6.

   b. Donner l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 6.

   c. Tracer dans le repère fourni en annexe 2 la courbe représentative d'une fonction satisfaisant toutes les conditions ci-dessus.

   On placera les points d'abscisses 0, 4, 6 et on tracera les tangentes à la courbe en ces points.

2. Dans cette question toute réponse doit être justifiée.

   On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par $g(x) = \text{e}^{f(x)}$.

   a. Déterminer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; 6]$.

   Compléter le tableau de variation de la fonction g fourni en annexe 3.

   On précisera les valeurs de $g(0)$, $g(4)$ et $g(6)$.

   b. Déterminer $g'(0)$.

EXERCICE 2 **6 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne la répartition des contributions au financement des soins et des biens médicaux sur la période 2004-2008. Les valeurs sont données en pourcentage.

	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Sécurité sociale et autres financements	91,7	91,6	91,1	91	90,6
Ménages y_i	8,3	8,4	8,9	9,0	9,4
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Source : DREES, Comptes de la santé. ÉTUDES et RÉSULTATS n' 701 - septembre 2009

Par exemple en 2004, la contribution de la sécurité sociale et des autres organismes financeurs s'est élevée à 91,7 % du financement des soins et des biens médicaux et les ménages ont financé 8,3 % de ces soins et biens médicaux.

Partie A : Étude en pourcentages

y_i désigne la part en pourcentage financée par les ménages lors de l'année de rang x_i.

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i ; y_i\right)$ pour i entier variant de 0 à 4.

   On placera l'origine du repère à 0 en abscisse et 8 en ordonnée. On prendra pour unités : 2 cm pour 1 rang en abscisses et 5 cm pour 1 % en ordonnées.
2. La forme du nuage de points permet de considérer qu'un ajustement affine est justifié.
   - **a.** À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   - **b.** Représenter la droite D dans le repère précédent.
3. On suppose que l'évolution constatée sur la période 2004-2008 se poursuit en 2009 et en 2010. Justifier par un calcul qu'avec cet ajustement affine, on peut prévoir une part des ménages dans le financement des soins et des biens médicaux de 9,92 % en 2010.

Partie B : Étude en valeurs

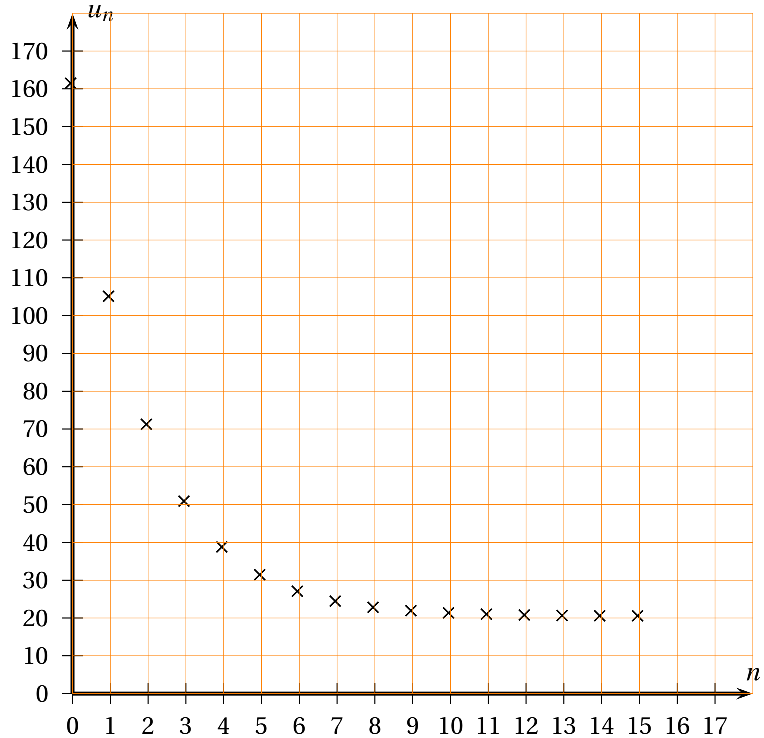
1. La dépense de soins et de biens médicaux était de 140 milliards d'euros en 2004.

   Calculer la somme versée par les ménages pour financer les soins et les biens médicaux en 2004.
2. La dépense de soins et de biens médicaux était de 170,5 milliards d'euros en 2008. On fait l'hypothèse d'une croissance de la dépense de soins et de biens médicaux de 3 % en 2009 et à nouveau de 3 % en 2010.
   - **a.** Déterminer la dépense de soins et de biens médicaux en 2010. (On arrondira le résultat au milliard d'euros.)
   - **b.** Quelle somme versée par les ménages pour le financement des soins et des biens médicaux peut-on prévoir pour l'année 2010 ? (On arrondira le résultat au milliard d'euros.)

EXERCICE 2 **6 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

A - Observation d'une suite de nombres



1. On donne ci-dessus la représentation graphique des 16 premiers termes d'une suite (u_n) dans le plan muni d'un repère orthogonaL
Conjecturer la limite de la suite (u_n).

2. Les quatre premiers termes de la suite (u_n) ont été calculés avec un tableur :

n	u_n
0	161
1	104,6
2	70,76
3	50,456

La suite (u_n) peut-elle être une suite géométrique ? On justifiera la réponse donnée.

B - Étude de la suite

La suite (u_n) observée dans la partie A est définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 0,6u_n + 8$ et $u_0 = 161$.

1. Calculer u_4.

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 20$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. On précisera le premier terme et la raison.

3. Donner l'expression de v_n en fonction de n, puis l'expression de u_n en fonction de n.

4. Déterminer la limite de la suite (v_n) et en déduire celle de la suite (u_n).

EXERCICE 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

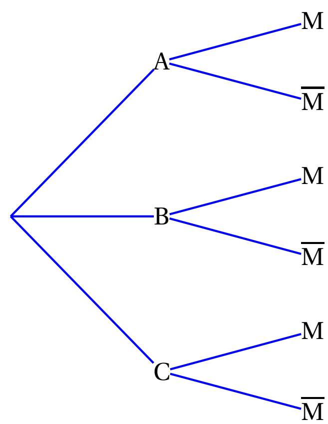
Une université fait passer un test à ses étudiants. A l'issue du test chaque étudiant est classé dans l'un des trois profils A, B et C définis ci-dessous.
50 % des étudiants ont le profil A : ils mémorisent mieux une information qu'ils voient (image, diagramme, courbe, film ...).

20 % des étudiants ont le profil B : ils mémorisent mieux une information qu'ils entendent.
30 % des étudiants ont le profil C : ils mémorisent aussi bien l'information dans les deux situations.

À la fin de la session d'examen de janvier on constate que
70 % des étudiants ayant le profil A ont une note supérieure ou égale à 10,
75 % des étudiants ayant le profil B ont une note supérieure ou égale à 10,
85 % des étudiants ayant le profil C ont une note supérieure ou égale à 10.

On choisit de manière aléatoire un étudiant de cette université. On note
A l'évènement « l'étudiant a le profil A »,
B l'évènement « l'étudiant a le profil B »,
C l'évènement « l'étudiant a le profil C »
M l'évènement « l'étudiant a une note supérieure ou égale à 10 » et $\overline{\text{M}}$ l'évènement contraire.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant pour qu'il traduise les données de l'expérience aléatoire décrite dans l'énoncé :



Dans la suite de l'exercice les résultats seront donnés sous forme décimale, éventuellement arrondie au millième.

2. Calculer la probabilité que l'étudiant choisi soit de profil C et qu'il ait obtenu une note supérieure ou égale à 10.
3. Démontrer $P(\text{M}) = 0,755$.
4. Calculer la probabilité que l'étudiant soit de profil B sachant qu'il a obtenu une note strictement inférieure à 10.
5. On choisit quatre étudiants au hasard. On admet que le nombre d'étudiants est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à quatre tirages successifs indépendants avec remise. Calculer la proba.bilité qu'exactement trois de ces étudiants soient du profil C.

EXERCICE 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction g définie sur $[1~;~+\infty[$ par

$$g(x) = \ln x - \frac{1}{2}.$$

1. Étudier les variations de g sur $[1~;~+\infty[$.

2. Résoudre l'équation $g(x) = 0$ dans $[1~;~+\infty[$.
3. En déduire que $g(x) > 0$ si et seulement si $x > \sqrt{\text{e}}$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[1~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 2x^2(\ln x - 1) + 2.$$

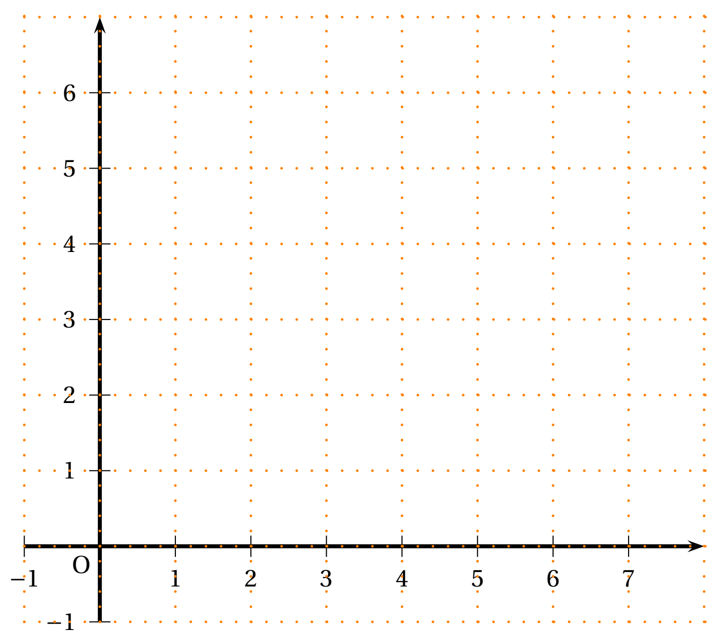
1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. On appelle f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$.
   a. Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1~;~+\infty[$, $f'(x) = 4xg(x)$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[1~;~+\infty[$ et en déduire le tableau de variations de f sur $[1~;~+\infty[$.
3. **a.** Montrer que, dans l'intervalle $[2~;~3]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique notée α.
   b. Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.

Annexes – à rendre avec la copie

annexe 1

x	0		4		6
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
variations de f					

annexe 2



annexe 3

x	0	4	6
variations de g			

Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie mars 2011

EXERCICE 1 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Lors d'un sondage organisé dans différents pays de l'Union Européenne sur une population comportant 52 % de femmes et 48 % d'hommes, on a posé la question suivante : « Qu'est-ce qui renforcerait le plus votre sentiment d'être un citoyen européen ? »
31 % des femmes interrogées et 34 % des hommes interrogés ont répondu qu'un système européen de protection sociale serait l'élément qui renforcerait le plus leur sentiment d'être un citoyen européen.
(*Source : « le futur de l'Europe », Commission Européenne, sondage réalisé en mars 2006*)

On prélève au hasard la réponse d'une personne prise au hasard parmi les réponses des personnes interrogées lors de ce sondage.
On appelle :

- H : l'évènement « la réponse est celle d'un homme ».
- F : l'évènement « la réponse est celle d'une femme ».
- S : l'évènement « la réponse est un système de protection social européen ».

1. Dessiner un arbre pondéré traduisant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'une réponse du sondage soit celle d'un homme souhaitant avoir un système de protection social européèn. On donnera la valeur exacte.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement S est 0,324 4.
4. Sachant que la personne souhaite avoir un système de protection social européen, calculer la probabilité, arrondie au millième, que ce soit une femme.
5. On choisit au hasard trois réponses de ce sondage.
   On admet que le nombre de réponses est suffisamment grand pour assimiler le choix de trois réponses à des tirages successifs indépendants avec remise Déterminer la probabilité qu'au moins deux des trois réponses soient « avoir un système de protection social européen ». *On arrondira le résultat au millième.*

EXERCICE 2 **3 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (Questionnaire à Choix Multiples). Chaque question admet une seule réponse exacte : a, b ou c.
Pour chacune des questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.
Barème : une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève $0,25$ *point. L'absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

Soit f la fonction définie pour tout réel x appartenant à $\left]-\dfrac{1}{2}\,;\,5\right[$ par

$$f(x) = -x + 2 + \ln(2x+1)$$

et soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal.

1. $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale au point :

a. $A\left(\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{3}{2}+\ln 2\right)$ **b.** $B(0\,;\,2)$ **c.** $C\left(\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{1}{2}+\ln 2\right)$

2. La limite de f en $-\dfrac{1}{2}$ est égale à :

a. $\dfrac{5}{2}$ **b.** $-\infty$ **c.** $+\infty$

3. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\,;\,5\right[$ est égal à :

a. 0 **b.** 1 **c.** 2

EXERCICE 3 **5 points**

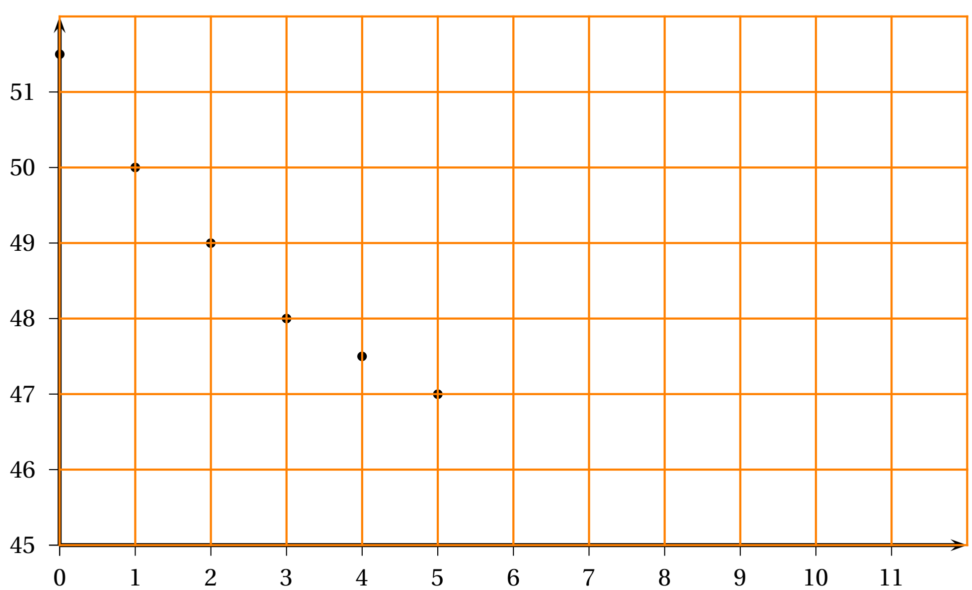
Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne le nombre de clients ayant fréquenté un restaurant donné pour la période 2000 - 2005.

Chaque année est remplacée par son rang x_i et le nombre de clients correspondant y_i est donné en centaines.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre y_i	51,5	50	49	48	47,5	47

Le graphique ci-dessous donne le nuage de points $(x_i\,;\,y_i)$ avec i compris entre 0 et 5.



Partie A

1. Déterminer à l'aide de la calculatrice l'équation $y = ax + b$ de la droite D d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés.

Les coefficients a et b seront arrondis au centième. Aucune justification n'est demandée.

2. Tracer la droite D dans le repère de l'annexe 1.

3. En utilisant ce modèle, quel nombre de clients pouvait-on prévoir pour les années 2006 et 2007 ?

Partie B

Une étude plus récente a permis d'obtenir le nombre de clients pour la période 2006 - 2009. Ces résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Année	2006	2007	2008	2009
Rang x_i	6	7	8	9
Nombre y_i	47	47,2	47,5	47,9

1. **a.** À l'aide de ces valeurs compléter le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ de la série statistique sur le document de l'annexe 1.

b. Le modèle d'ajustement trouvé dans la partie A vous paraît-il pertinent pour la période 2006–2009 ? Justifier la réponse.

2. On considère la fonction f définie sur $[0\,;9]$ par

$$f(x) = 2x + 15 + \mathrm{e}^{-0,1x+3,6}.$$

On choisit un nouveau modèle d'évolution : on prend le nombre $f(x)$ comme estimation du nombre de centaines de clients de ce restaurant au cours de l'année $2000 + x$.

a. Calculer $f(7)$.

Le choix de ce modèle d'évolution semble-t-il pertinent pour l'année 2007 ?

b. D'après ce modèle d'évolution, à combien peut-on estimer le nombre de clients qui fréquenteront le restaurant en 2010 ? (*On donnera le résultat arrondi à la centaine de clients*).

EXERCICE 4 — 7 points

Commun à tous les candidats

L'entreprise CoTon produit du tissu en coton. Celui-ci est fabriqué en 1 mètre de large et pour une longueur x exprimée en kilomètre, x étant compris entre 0 et 10.
Le coût total de production en euros de l'entreprise CoTon est donné en fonction de la longueur x par la formule

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750.$$

Le graphique de l'annexe 2 donne la représentation graphique de la fonction C.

Les deux parties A et B de cet exercice sont indépendantes

Partie A : Étude du bénéfice

Si le marché offre un prix p en euros pour un kilomètre de ce tissu, alors la recette de l'entreprise CoTon pour la vente d'une quantité x est égal à $R(x) = px$.

1. Tracer sur le graphique de l'annexe 2 la droite D_1 d'équation $y = 400x$.

Expliquer, au vu de ce tracé, pourquoi l'entreprise CoTon ne peut pas réaliser un bénéfice si le prix p du marché est égal à 400 euros.

2. Dans cette question on suppose que le prix du marché est égal à 680 euros.

a. Tracer sur le graphique de l'annexe 2 la droite D_2 d'équation $y = 680x$.

Déterminer graphiquement, avec la précision permise par le graphique, pour quelles quantités produites et vendues, l'entreprise CoTon réalise un bénéfice si le prix p du marché est de 680 euros.

b. On considère la fonction B définie sur l'intervalle $[0\,;\ 10]$ par

$$B(x) = 680x - C(x).$$

Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,10]$ on a :

$$B'(x) = -45x^2 + 240x + 180.$$

c. Étudier les variations de la fonction B sur $[0\,;\,10]$.
En déduire pour quelle quantité produite et vendue le bénéfice réalisé par l'entreprise CoTon est maximum. Donner la valeur de ce bénéfice.

Partie B : Étude du coût moyen

On rappelle que le coût moyen de production C_M mesure le coût par unité produite.
On considère la fonction C_M définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x}.$$

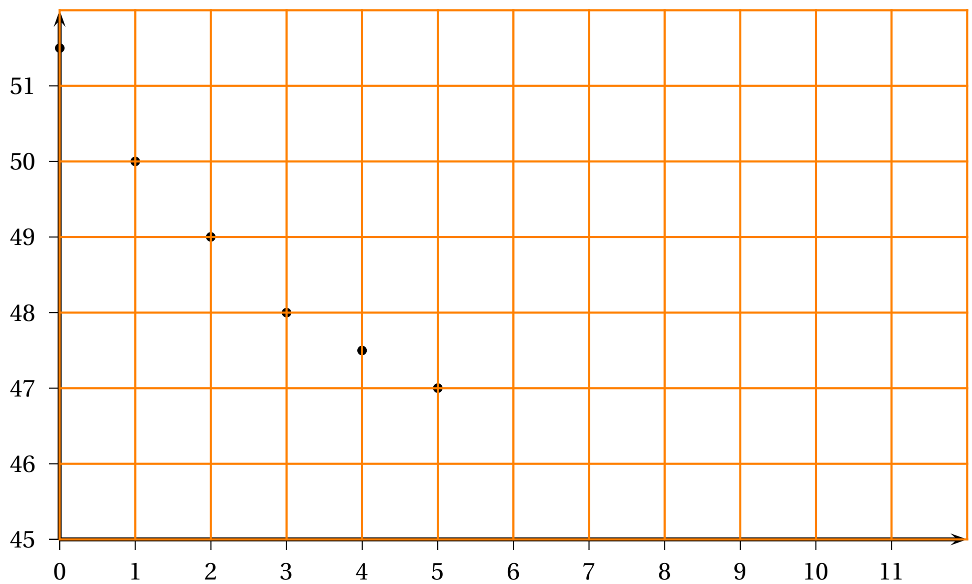
1. Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,10]$ on a :

$$C'_M(x) = \frac{30(x-5)\left(x^2+x+5\right)}{x^2}.$$

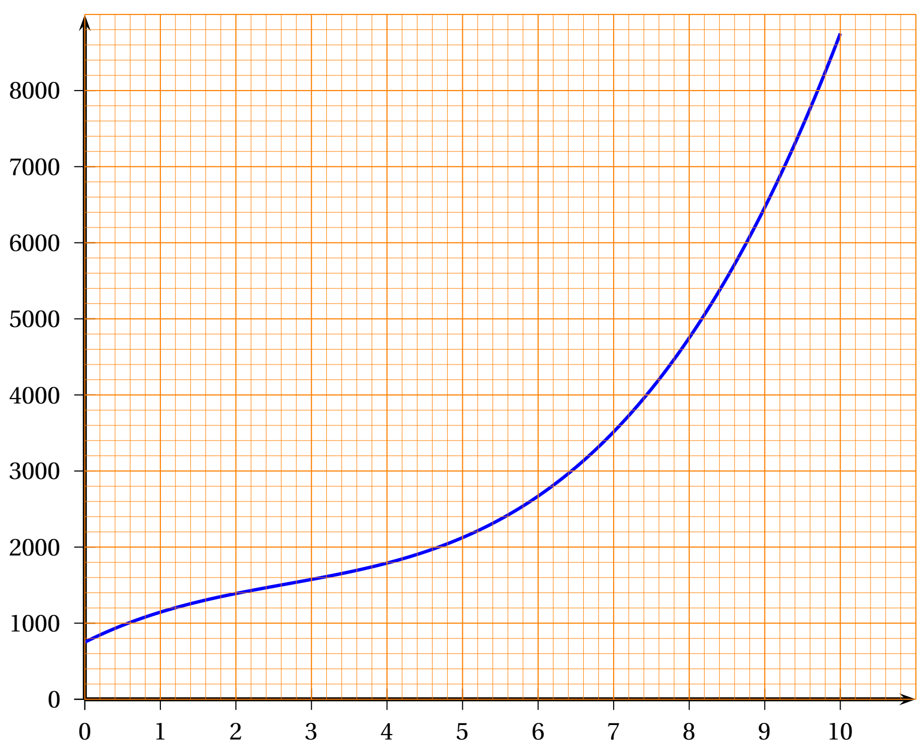
2. **a.** Démontrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,10]$, $C'_M(x)$ est du signe de $(x-5)$.
En déduire les variations de la fonction C_M sur l'intervalle $]0\,;\,10]$.

b. Pour quelle quantité de tissu produite le coût moyen de production est-il minimum ?
Que valent dans ce cas le coût moyen de production et le coût total ?

Annexe 1 (exercice 3) – à rendre avec la copie



Annexe 2 (exercice 4) – à rendre avec la copie



Baccalauréat ES Pondichéry 13 avril 2011

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Un restaurant propose à sa carte deux types de dessert :

- un assortiment de macarons, choisi par 50 % des clients ;
- une part de tarte tatin, choisie par 30 % des clients.

20 % des clients ne prennent pas de dessert et aucun client ne prend plusieurs desserts.

Le restaurateur a remarqué que :

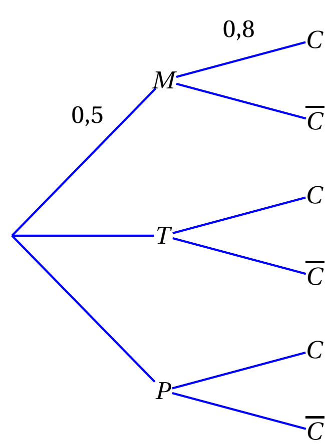
- parmi les clients ayant pris un assortiment de macarons, 80 % prennent un café ;
- parmi les clients ayant pris une part de tarte tatin, 60 % prennent un café ;
- parmi les clients n'ayant pas pris de dessert, 90 % prennent un café.

On interroge au hasard un client de ce restaurant. On note p la probabilité associée à cette expérience aléatoire.

On note :

- M l'évènement : « Le client prend un assortiment de macarons » ;
- T l'évènement : « Le client prend une part de tarte tatin » ;
- P l'évènement : « Le client ne prend pas de dessert » ;
- C l'évènement : « Le client prend un café » et $\overline{C}$ l'évènement contraire de C.

1. En utilisant les données de l'énoncé, préciser la valeur de $p(T)$ et celle de $P_T(C)$, probabilité de l'évènement C sachant que T est réalisé.
2. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous :



3. **a.** Exprimer par une phrase ce que représente l'évènement $M \cap C$ puis calculer $p(M \cap C)$.

   b. Montrer que $p(C) = 0,76$.
4. Quelle est la probabilité que le client prenne un assortiment de macarons sachant qu'il prend un café ? (*On donnera le résultat arrondi au centième*).
5. Un assortiment de macarons est vendu 6 €, une part de tarte tatin est vendue 7 €, et un café est vendu 2 €.

   Chaque client prend un plat (et un seul) au prix unique de 18 €, ne prend pas plus d'un dessert ni plus d'un café.

a. Quelles sont les six valeurs possibles pour la somme totale dépensée par un client ?

b. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la somme totale dépensée par un client :

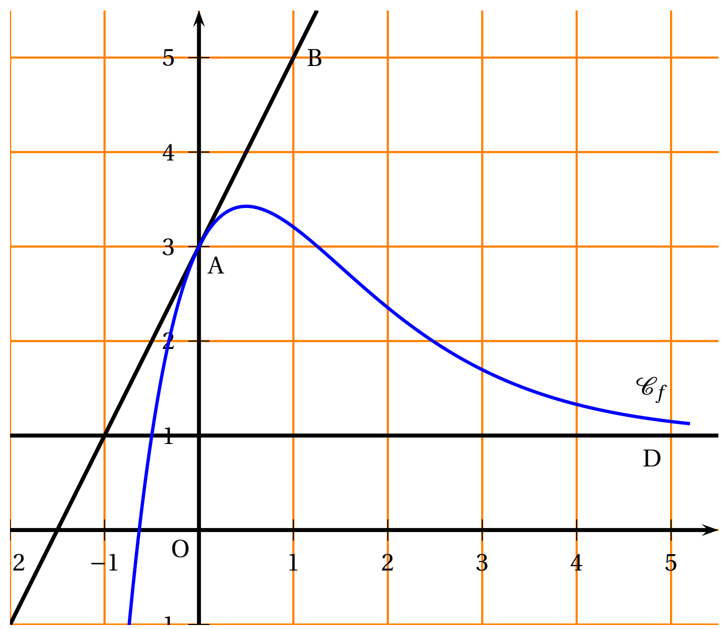
Sommes s_i	18	20	24	...	...	...
$p(s_i)$	0,02	0,18	...			

c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi et interpréter ce résultat.

EXERCICE 2 **4 points**
Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$ tracée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On note f' la fonction dérivée de f.

- La tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A(0 ; 3) passe par le point B(1 ; 5).
- La droite D d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $+\infty$.



1. En utilisant les données et le graphique, préciser :

a. La valeur du réel $f(0)$ et la valeur du réel $f'(0)$.

b. La limite de la fonction f en $+\infty$.

2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A .

3. Préciser un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

4. On admet que la fonction f est définie, pour tout nombre réel x, par une expression de la forme $f(x) = 1 + \dfrac{ax+b}{\mathrm{e}^x}$, où a et b sont des nombres réels.

a. Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a, de b et de x.

b. À l'aide des résultats de la question 1. a., démontrer que l'on a, pour tout réel x :

$$f(x) = 1 + \frac{4x+2}{\mathrm{e}^x}.$$

5. Soit F la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x + \dfrac{-4x-6}{\mathrm{e}^x}$. On admet que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
Déterminer la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
Ce résultat est-il cohérent avec l'encadrement obtenu à la question 3. ?

EXERCICE 3 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le responsable d'un site Internet s'intéresse au nombre de pages visitées sur son site chaque semaine.

PARTIE A

Le tableau ci-dessous donne le nombre de pages visitées, exprimé en milliers, durant chacune des quatre semaines suivant l'ouverture du site.

Semaine x_i, $1 \leqslant i \leqslant 4$	1	2	3	4
Nombre de pages visitées en milliers : y_i, $1 \leqslant i \leqslant 4$	40	45	55	70

Ainsi, au cours de la deuxième semaine après l'ouverture du site, 45 000 pages ont été visitées.

1. Le nuage de points $M_i\left(x_i\,;\,y_i\right)$ associé à cette série statistique est représenté en annexe 1 dans un repère orthogonal. L'allure de ce nuage suggère un ajustement affine.

a. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage puis placer ce point sur le graphique de **l'annexe 1**.

b. On appelle (d) la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Parmi les deux propositions ci-dessous, une seule correspond à l'équation réduite de la droite (d). Préciser laquelle, en utilisant le point moyen G :

$$y = 9x + 29 \qquad y = 10x + 27,5$$

c. Tracer la droite (d) sur le graphique de l'annexe 1.

2. En supposant que cet ajustement reste valable pendant les deux mois qui suivent l'ouverture du site, donner une estimation du nombre de pages visitées au cours de la huitième semaine suivant l'ouverture du site.

PARTIE B

Le responsable décide de mettre en place, au cours de la quatrième semaine suivant l'ouverture du site, une vaste campagne publicitaire afin d'augmenter le nombre de visiteurs du site.
Il étudie ensuite l'évolution du nombre de pages du site visitées au cours des trois semaines suivant cette opération publicitaire.
Le tableau ci-dessous donne le nombre de pages visitées au cours des sept semaines suivant l'ouverture du site.

Semaine x_i, $1 \leqslant i \leqslant 7$	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de pages visitées en milliers : y_i, $1 \leqslant i \leqslant 7$	40	45	55	70	95	125	175

1. Compléter le nuage de points fourni dans **l'annexe 1** par les trois nouveaux points définis dans le tableau précédent.

Compte tenu de l'allure du nuage, un ajustement exponentiel semble approprié.

Pour cela on pose $z = \ln y$.

2. On donne ci-dessous les valeurs de $z_i = \ln\left(y_i\right)$ pour $1 \leqslant i \leqslant 7$, les résultats étant arrondis au centième.

Semaine x_i, $1 \leqslant i \leqslant 7$	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln\left(y_i\right)$, $1 \leqslant i \leqslant 7$	3,69	3,81	4,01	4,25	4,55	4,83	5,16

a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

On donnera la réponse sous la forme $z = ax + b$, en arrondissant les coefficients a et b au centième.

b. En déduire la relation $y = \alpha e^{\beta x}$, où $27,94$ et $0,25$ sont des valeurs approchées au centième des réels α et β respectivement.

c. À l'aide de ce nouvel ajustement, donner une estimation du nombre de pages visitées au cours de la huitième semaine suivant l'ouverture du site.

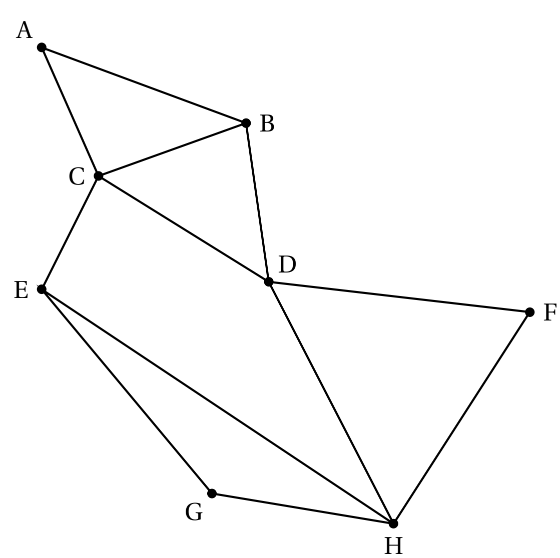
Combien de semaines auraient été nécessaires pour atteindre ce résultat sans campagne publicitaire ? (on utilisera l'ajustement obtenu dans la **partie A**).

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un orchestre doit effectuer une tournée passant par les villes A, B, C, D, E, F, G et H, en utilisant le réseau autoroutier.

Le graphe Γ ci-dessous représente les différentes villes de la tournée et les autoroutes reliant ces villes (une ville est représentée par un point, une autoroute par une arête) :



1. Est-il possible d'organiser la tournée en passant au moins une fois par chaque ville, tout en empruntant une fois et une seule chaque tronçon d'autoroute ? (la réponse sera justifiée).

Si oui citer un trajet de ce type.

2. On appelle M la matrice associée au graphe Γ (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).

On donne la matrice M^3 :

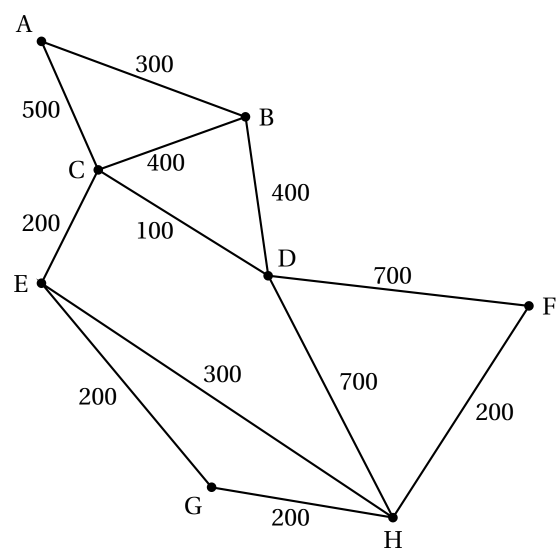
$$M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 & 2 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 6 & 7 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ 6 & 6 & 4 & 9 & 7 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 9 & 4 & 3 & 5 & 3 & 8 \\ 1 & 3 & 7 & 3 & 2 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 2 & 3 & 5 & 3 & 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 8 & 7 & 5 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Combien existe-t-il de chemins de longueur 3 reliant B à H ? (la réponse devra être justifiée).

Préciser ces chemins.

3. Des contraintes de calendrier imposent en fait d'organiser un concert dans la ville F immédiatement après un concert dans la ville A.

Le graphe Γ est complété ci-dessous par les longueurs en kilomètres de chaque tronçon (les longueurs des segments ne sont pas proportionnelles aux distances).



Déterminer, en utilisant un algorithme dont on citera le nom, le trajet autoroutier le plus court (en kilomètres) pour aller de A à F.

Préciser la longueur en kilomètres de ce trajet.

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Un laboratoire pharmaceutique fabrique un médicament qu'il commercialise sous forme liquide. Sa capacité journalière de production est comprise entre 25 et 500 litres, et on suppose que toute la production est commercialisée.

Dans tout l'exercice, les coûts et recettes sont exprimés en milliers d'euros, les quantités en centaines de litres.

Si x désigne la quantité journalière produite, on appelle $C_{\text{T}}(x)$, pour x variant de $0,25$ à 5, le coût total de production correspondant.
La courbe Γ_1 fournie en **annexe 2** est la représentation graphique de la fonction C_{T} sur l'intervalle [0,25 ; 5].
La tangente à Γ_1 au point A(1 ; 1) est horizontale.

PARTIE A

1. **a.** On admet que la recette $R(x)$ (en milliers d'euros) résultant de la vente de x centaines de litres de médicament, est définie sur [0,25 ; 5] par
   $R(x) = 1,5x$.
   Quelle est la recette (en euros) pour 200 litres de médicament vendus ?

   b. Tracer, sur le graphique fourni en **annexe 2**, le segment représentant graphiquement la fonction R.

2. **Lectures graphiques**

   Les questions a., b., c. suivantes seront résolues à l'aide de lectures graphiques seulement. On fera apparaître les traits de construction sur le graphique en annexe 2.
   Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte.

   a. Déterminer des valeurs approximatives des bornes de la « plage de rentabilité », c'est-à-dire de l'intervalle correspondant aux quantités commercialisées dégageant un bénéfice positif.

   b. Donner une valeur approximative du bénéfice en euros réalisé par le laboratoire lorsque 200 litres de médicament sont commercialisés.

   c. Pour quelle quantité de médicament commercialisée le bénéfice paraît-il maximal ?
   À combien peut-on évaluer le bénéfice maximal obtenu ?

PARTIE B

Dans la suite de l'exercice, on admet que la fonction coût total C_{T} est définie sur l'intervalle [0,25 ; 5] par

$$C_{\text{T}}(x) = x^2 - 2x\ln(x).$$

1. Justifier que le bénéfice, en milliers d'euros, réalisé par le laboratoire pour x centaines de litres commercialisés, est donné par :

   $$B(x) = 1,5x - x^2 + 2x\ln(x).$$

   Calculer $B(2)$, et comparer au résultat obtenu à la question 2. b. de la **partie A**.

2. On suppose que la fonction B est dérivable sur l'intervalle [0,25 ; 5] et on note B' sa fonction dérivée. Montrer que $B'(x) = 2\ln(x) - 2x + 3,5$.

3. On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction B', dérivée de la fonction B, sur l'intervalle [0,25 ; 5] :

x	$0,25$		1		5
$B'(x)$	y_1	↗	$1,5$	↘	y_2

On précise les encadrements : $0,22 < y_1 < 0,23$ et $-3,29 < y_2 < -3,28$.

a. Démontrer que l'équation $B'(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle [0,25 ; 5].

Pour la suite de l'exercice, on prendra $2,77$ *pour valeur approchée de* α.

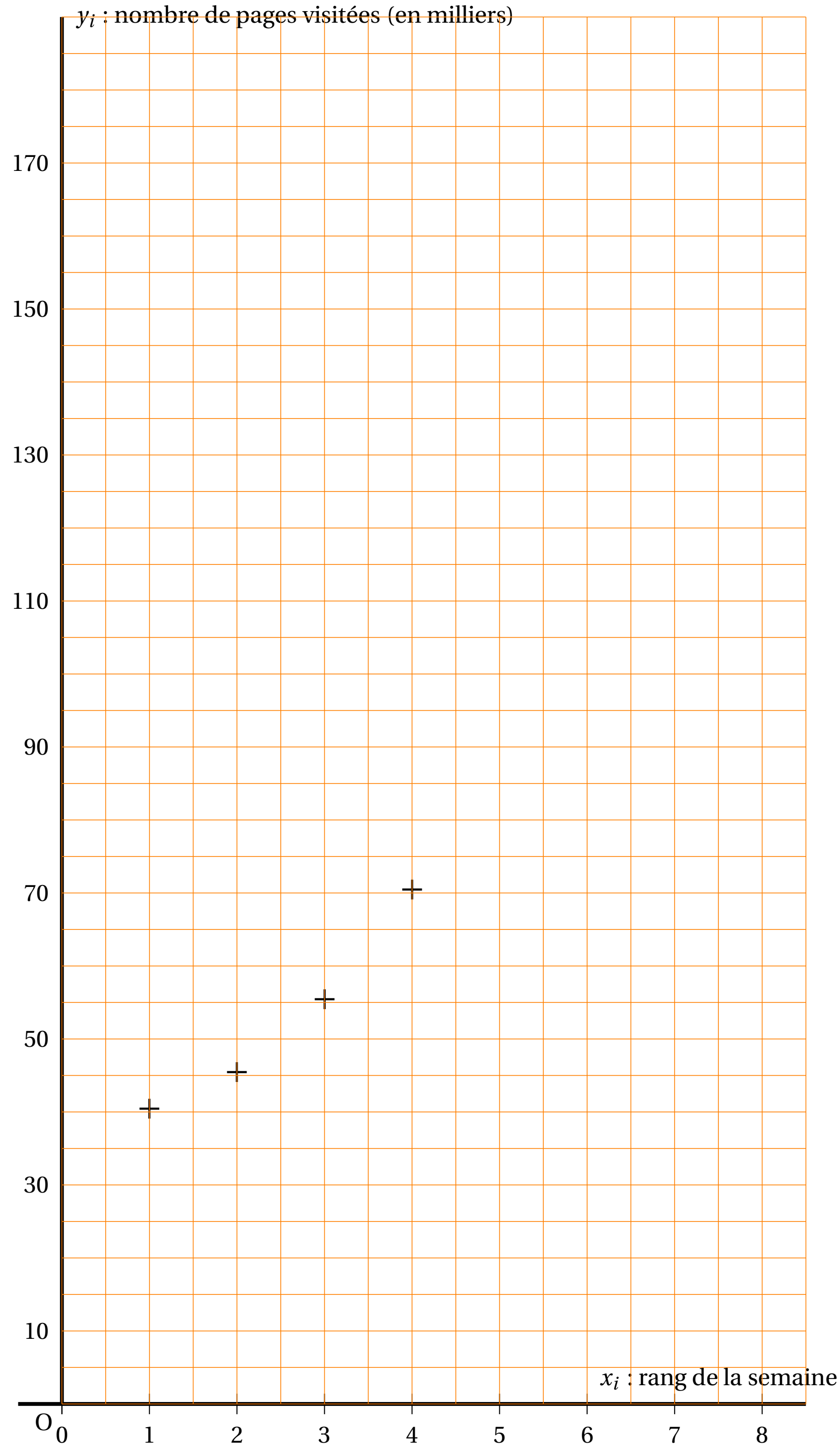
b. Dresser le tableau précisant le signe de $B'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [0,25 ; 5].

En déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle [0,25 ; 5].

4. **a.** Pour quelle quantité de médicament commercialisée, le bénéfice est-il maximal ? (On donnera une valeur approchée de cette quantité en litres).
Donner alors une valeur approchée en euros de ce bénéfice maximal.

b. Ces résultats sont-ils cohérents avec ceux obtenus graphiquement à la question 2. c. de la partie A ?

ANNEXE 1
Exercice 3
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité
À rendre avec la copie



ANNEXE 2
Exercice 4
À rendre avec la copie