

☞ Baccalauréat L 2002 ☞

L'intégrale de septembre 2001 à juin 2002

Pour un accès direct cliquez sur les liens [bleus](#)

France septembre 2001	3
Amérique du Nord juin 2002	5
Antilles juin 2002	9
Centres étrangers juin 2002	12
France juin 2006	16
Japon juin 2002	20
La Réunion juin 2002	24
Liban juin 2002	27
Polynésie juin 2002	29

⌘ Baccalauréat L France septembre 2001 ⌘

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 4

Une feuille de papier millimétré, qui sera utilisée dans le problème, est remise au candidat avec le sujet.

L'usage des calculatrices est autorisé.

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE 1

4 points

1. Résoudre le système
$$\begin{cases} u + \frac{1}{2}v = 0 \\ u - \frac{1}{4}v = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (u \text{ et } v \text{ réels}).$$

2. Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = ae^x + \frac{b}{e^x + 1} \quad (a \text{ et } b \text{ réels}).$$

Trouver les valeurs des réels a et b , sachant que la courbe représentative de la fonction f dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) passe par O et que la tangente à la courbe en ce point est parallèle à la droite Δ d'équation $y = \frac{3}{2}x - 2$.

3. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$g(x) = e^x - \frac{2}{e^x + 1}.$$

- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $g(x) = 0$.
- Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $g(x) \geq 1$.

EXERCICE 2

5 points

Dans cet exercice, les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

Une urne A contient trois pièces de monnaie en cuivre et deux pièces en argent. Une urne B contient quatre pièces de monnaie en cuivre et une pièce en argent. On considère que dans chaque urne, toutes les pièces étant indiscernables au toucher, chaque pièce a la même probabilité d'être tirée.

- On enlève une pièce de l'urne A et une pièce de B. Quelle est la probabilité pour que, à l'issue de ces deux opérations, les deux urnes aient la même composition ?
- Les urnes ont la composition donnée au début de l'exercice. On tire simultanément trois pièces de l'urne A ; ces pièces sont ensuite placées dans B. Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de pièces en cuivre contenues dans B à l'issue de ces opérations.
 - Montrer que la valeur minimale prise par X est 5.
 - Déterminer la loi de probabilité de X .
 - Calculer l'espérance mathématique de X .

3. Les urnes ont à nouveau la composition donnée au début de l'exercice. On tire une pièce de A, que l'on place dans B, puis on enlève une pièce de B. Quelle est la probabilité pour que l'urne B ne contienne que des pièces en cuivre à l'issue de ces opérations ?

PROBLÈME**11 points**

On prendra soin de faire figurer sur la copie les calculs intermédiaires conduisant aux résultats présentés.

On considère la fonction f définie sur $]1 ; +\infty[$ par

$$f(x) = 2x + \ln(x-1) - \ln x.$$

Le plan étant rapporté à un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) , on appelle \mathcal{C} la courbe représentative de f .

Partie A : étude de la fonction f et de la courbe \mathcal{C}

1. Montrer que $f'(x) = 2 + \frac{1}{x(x-1)}$ et en déduire le sens de variations de f sur $]1 ; +\infty[$.
2.
 - a. Calculer la limite de f en 1.
 - b. Vérifier que $f(x) = 2x + \ln\left(1 - \frac{1}{x}\right)$ et en déduire la limite de f en $+\infty$.
3. Dresser le tableau de variations de f .
4. Montrer que la droite d'équation $y = 2x$ est asymptote à la courbe \mathcal{C} en $+\infty$. Étudier la position de \mathcal{C} par rapport à Δ .
5. Montrer que, sur l'intervalle $[2 ; 3]$, l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution α . Donner une valeur approchée de α au centième près.
6. Construire la courbe \mathcal{C} et la droite Δ sur une feuille de papier millimétré (on prendra comme unités : 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées).
7.
 - a. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = x^2 + (x-1)\ln(x-1) - x\ln x$ est une primitive de f sur $]1 ; +\infty[$.
 - b. En déduire l'aire, exprimée en unités d'aires, du domaine du plan compris entre l'axe des abscisses, la courbe \mathcal{C} et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.

Partie B : étude d'une suite

On considère la suite $(u_n)_{n \geq 2}$ de terme général $u_n = f(n) - 2n$ (n entier naturel supérieur ou égal à 2).

1. Étudier le signe de u_n en fonction de n .
2. Pour tout entier n supérieur ou égal à 2, on pose $S_n = u_2 + u_3 + \dots + u_n$.
3.
 - a. Montrer que $S_n = \ln \frac{1}{n}$.
 - b. Déterminer la limite de la suite $(S_n)_{n \geq 2}$.

☞ Baccalauréat L Amérique du Nord juin 2002 ☞

Durée : 3 heures

LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE 1 ET L'EXERCICE 2 ET AU CHOIX SOIT L'EXERCICE 3 SOIT L'EXERCICE 4.

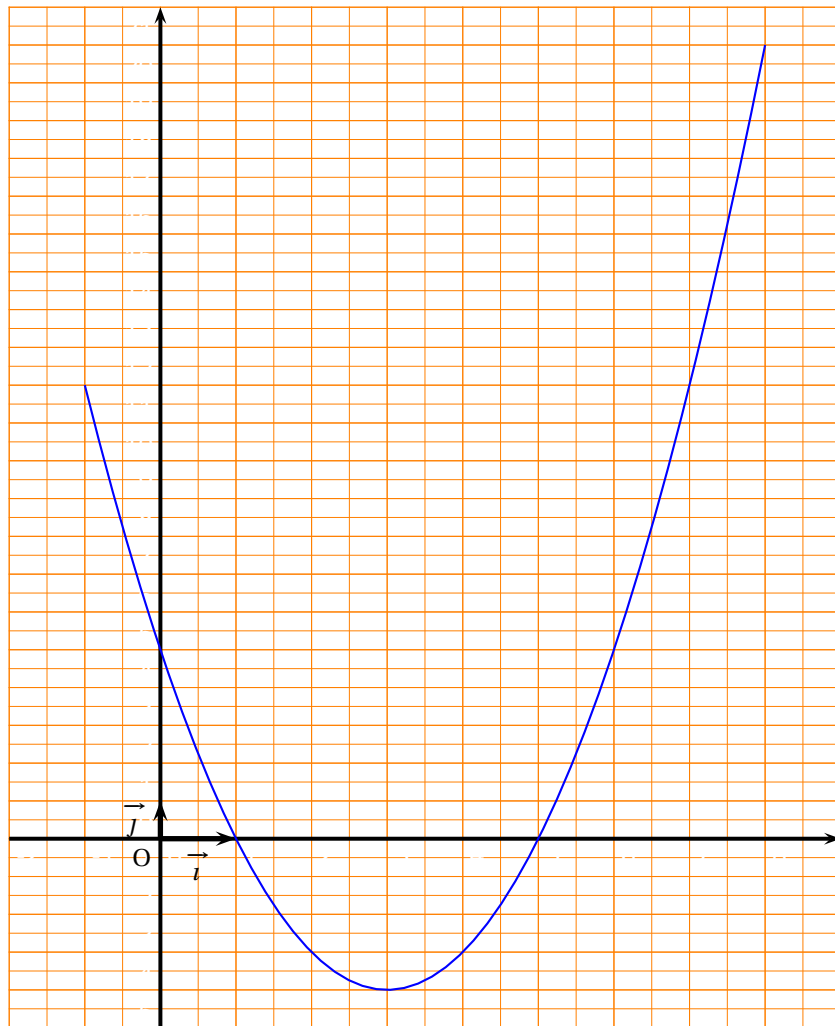
L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve. L'attention des candidats est attirée sur le fait que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.
Une feuille de papier millimétré est mise à la disposition du candidat

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE

8 points

Partie A

Soit g la fonction définie sur $[-1 ; 8]$ par $g(x) = x^2 - 6x + 5$ et représentée ci-dessous.



1.
 - a. Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$.
 - b. En déduire le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[-1 ; 8]$.

- c. Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = -3$.
2. a. La fonction g admet-elle un minimum sur $[-1 ; 8]$?
- b. Vérifier que $g(x) = (x - 1)(x - 5)$ pour x appartenant à $[-1 ; 8]$.
- c. Retrouver le signe de $g(x)$ à l'aide d'un tableau.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[-1 ; 8]$ par $f(x) = 0,2x^3 - 1,8x^2 + 3x + 4$.

On appelle (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité de longueur 1 cm).

- Calculer la dérivée de f notée f' .
- Vérifier que $f'(x) = 0,6g(x)$ pour tout x de $[-1 ; 8]$ (g est la fonction étudiée dans la **partie A**).
En déduire le signe de $f'(x)$ et le tableau des variations de la fonction f sur $[-1 ; 8]$.
- Tracer (\mathcal{C}) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

EXERCICE 2**7 points**

Un hypermarché, à l'occasion de son 25^e anniversaire, organise le jeu suivant : Dans un premier temps, chaque client reçoit lors de son passage en caisse un bulletin. Ce bulletin comprend 9 cases, 3 rouges et 6 vertes, sous une pellicule grise à gratter.

Chaque client doit gratter seulement 3 cases.

- si le client découvre 3 cases rouges, il gagne un bon d'achat de 100 euros,
- si le client découvre 3 cases vertes, il gagne un bon d'achat de 5 euros,
- dans tous les autres cas, le bulletin est perdant.

Dans un deuxième temps, seuls les bulletins perdants portant le nom du client sont placés dans une urne pour une loterie ultérieure. Un client ne peut déposer qu'un seul bulletin dans cette urne.

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

- Calculer les probabilités des événements suivants :
 - A « un client du magasin gagne un bon d'achat de 100 euros après un passage en caisse ».
 - B « un client du magasin gagne un bon d'achat de 5 euros après un passage en caisse ».
- En déduire que la probabilité de l'évènement « un client ne gagne rien au grattage » est $\frac{3}{4}$.
- Monsieur M. effectue quatre passages en caisse durant la période du jeu. Déterminer la probabilité que Monsieur M. gagne exactement deux bons d'achats.
- Pour la loterie, 30 000 bulletins ont été déposés dans l'urne. On tire successivement et sans remise 100 bulletins de l'urne. Chaque bulletin tiré gagne un bon d'achat de 100 euros.
 - Déterminer la probabilité qu'un bulletin déposé dans l'urne soit gagnant lors de ce tirage.
 - Démontrer que la probabilité qu'un bulletin soit perdant après le grattage et gagnant après le tirage est $\frac{1}{400}$.

EXERCICE 3**5 points****Partie A : Étude d'une suite**

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1\,500\,000$ et $u_{n+1} = 1,013u_n + 1\,300$ pour tout entier naturel n .

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. On pose pour tout entier naturel n , $v_n = u_n + 100\,000$.
 3. Calculer v_0 .
 4. Démontrer que, pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = 1,013v_n$. En déduire la nature de la suite (v_n) .
 5. Déterminer v_n en fonction de n .
En déduire que $u_n = 1\,600\,000 \times (1,013)^n - 100\,000$.
6. Calculer u_{18} . Le résultat sera arrondi à l'entier le plus proche.

Partie B Application

Pour cette partie, tous les résultats numériques seront arrondis à l'entier le plus proche. Une étude de la population d'un département laisse apparaître les informations suivantes :

- la population est estimée à 1 500 000 habitants en 2002,
 - le taux d'accroissement naturel est de 1,3 % par an,
 - le flux migratoire (différence entre le nombre de personnes entrant dans le département et le nombre de personnes en sortant) est estimé à 1 300 habitants par an. On estime que ces données resteront constantes au fil des ans.
1. Déterminer la population estimée de ce département en 2003 et en 2004.
 2. On pose $w_0 = 1\,500\,000$. Pour tout entier naturel n , on désigne par w_n une estimation du nombre d'habitants de ce département durant l'année (2002 + n).
 - a. Vérifier que $w_{n+1} = 1,013w_n + 1\,300$ pour tout entier naturel n .
 - b. En utilisant la **partie A**, déduire une estimation de la population de ce département en 2020.

EXERCICE 4**5 points****Partie A : Étude de fonction**

Soit f la fonction définie sur $[0; 200]$ par $f(x) = \sqrt{100x + 49}$.

On appelle (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 1 mm).

1. Calculer la dérivée de f , notée f' .
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le sens de variations, de la fonction f sur $[0; 200]$.
3. Tracer (\mathcal{C}) .
4. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 130$.

Partie B Application

La distance de freinage jusqu'à l'arrêt d'un véhicule automobile est fonction de sa vitesse avant le freinage.

En notant x cette distance exprimée en m (x variant de 10 à 200) et y cette vitesse exprimée en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

Les experts d'assurance automobile estiment que $v = f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la **partie A**.

1. Quelle est la vitesse d'un véhicule pour lequel une distance de 100 m est nécessaire pour s'arrêter ?
2.
 - a. Quelle est la distance de freinage jusqu'à l'arrêt d'un véhicule roulant à $130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$?
 - b. Le code de la route impose un délai de 2 secondes entre chaque véhicule. Ce délai est-il suffisant si le véhicule roule à $130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$? (Justifier votre réponse.)

Durée : 3 heures
∞ **Baccalauréat L Antilles-Guyane juin 2002** ∞

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE

7 points

Les trois parties de l'exercice sont indépendantes. Les résultats demandés seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Dans cet exercice, on effectue selon différentes modalités, des tirages au hasard parmi les huit cartes que constituent les quatre dames et les quatre rois d'un jeu de cartes.

Préliminaire :

Écrire le triangle de Pascal donnant les nombres $\binom{n}{p}$ pour n inférieur ou égal à 8.

I - Première modalité

On tire simultanément au hasard trois cartes parmi les huit cartes.

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2. Déterminer le nombre de tirages qui comprennent trois rois.
3. Déterminer la probabilité de réaliser, un tirage de trois cartes de même niveau, c'est-à-dire trois rois ou trois dames.

II. Deuxième modalité : on pourra s'aider d'un arbre.

On tire successivement au hasard deux cartes parmi les huit cartes. Le tirage est sans remise.

1. Calculer la probabilité de l'événement R_1 « La première carte tirée est un roi ».
2. Sachant que la première carte tirée est un roi, calculer la probabilité d'obtenir encore un roi pour la deuxième carte.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir deux rois.
4. Quelle est la probabilité d'obtenir deux figures de même niveau, c'est-à-dire deux rois ou deux dames ?
5. Quelle est la probabilité de ne pas obtenir deux figures de même niveau ?

III. Troisième modalité

On tire une carte que l'on remet dans le paquet de huit cartes avant d'effectuer le tirage suivant. Les tirages sont indépendants.

1. Calculer la probabilité d'obtenir un cœur quand on tire une carte parmi les huit choisies.
2. On effectue quatre tirages successifs.
 - a. Déterminer la probabilité p_1 d'obtenir quatre fois un cœur.
 - b. Déterminer la probabilité p_2 d'obtenir exactement deux fois un cœur.
3. À l'aide de la calculatrice, donner le nombre de tirages nécessaires pour que la probabilité de n'obtenir que des cœurs soit inférieure à 10^{-6} .

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE

6 points

Partie A

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{1}{10}x^3 - 6x^2 + 120x \quad ; \quad g(x) = 40x.$$

1.
 - a. Calculer le nombre dérivé $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = \frac{3}{10}(x - 20)^2$.
 - b. Étudier le sens de variation de la fonction f sur \mathbb{R} .
 - c. Calculer $f(10)$, $f(20)$ et $f(40)$.
2. La courbe (\mathcal{C}_f) représentative de la fonction f est tracée sur la feuille annexe que l'on remettra avec la copie.
 - a. Déterminer une équation de la tangente T_A à la courbe (\mathcal{C}_f) au point A d'abscisse 10.
 - b. Tracer sur la feuille annexe la courbe (\mathcal{C}_g) représentative de la fonction g .
 - c. Montrer que la courbe (\mathcal{C}_f) , la courbe (\mathcal{C}_g) et la droite T_A se coupent au point d'abscisse 40. En déduire le tracé de la tangente T_A que l'on réalisera sur la feuille annexe.

Partie B

Le coût exprimé en euros d'une production est fonction du nombre d'unités x fabriquées est égal à $f(x)$ où f est la fonction étudiée dans la **partie A**.

On prendra x dans l'intervalle $[0; 45]$.

1. Montrer que pour x unités produites et vendues 40 euros l'unité, le bénéfice en euro s'exprime par $g(x) - f(x)$.
2.
 - a. Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle $[0; 45]$.
On fera les traits de construction utiles et on vérifiera que les valeurs entières lues sont solutions.
 - b. Déterminer l'intervalle auquel doit appartenir le nombre d'unités fabriquées x pour que l'entreprise soit bénéficiaire.

AU CHOIX exercice 3 ou exercice 4

EXERCICE 3

6 points

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes. Les résultats demandés seront arrondis au centième.

Pour effectuer un achat dont le coût s'élève à 1 600 euros un client a le choix entre deux formes de paiement.

I. Dans cette question, le premier versement s'élève à 150 euros et on effectue une suite de versement notée (a_n) qui vérifie $a_0 = 150$ et, pour tout entier n : $a_{n+1} = 0,95a_n + 100$.

1. Calculer le deuxième versement a_1 et le troisième a_2 .
2. Montrer qu'avec cinq versements, la somme de 1 600 euros est remboursée.

II. Dans cette question, le premier versement s'élève à 200 euros, puis chaque versement est égal au précédent diminué de 5%.

On note (b_n) la suite des versements avec $b_0 = 200$.

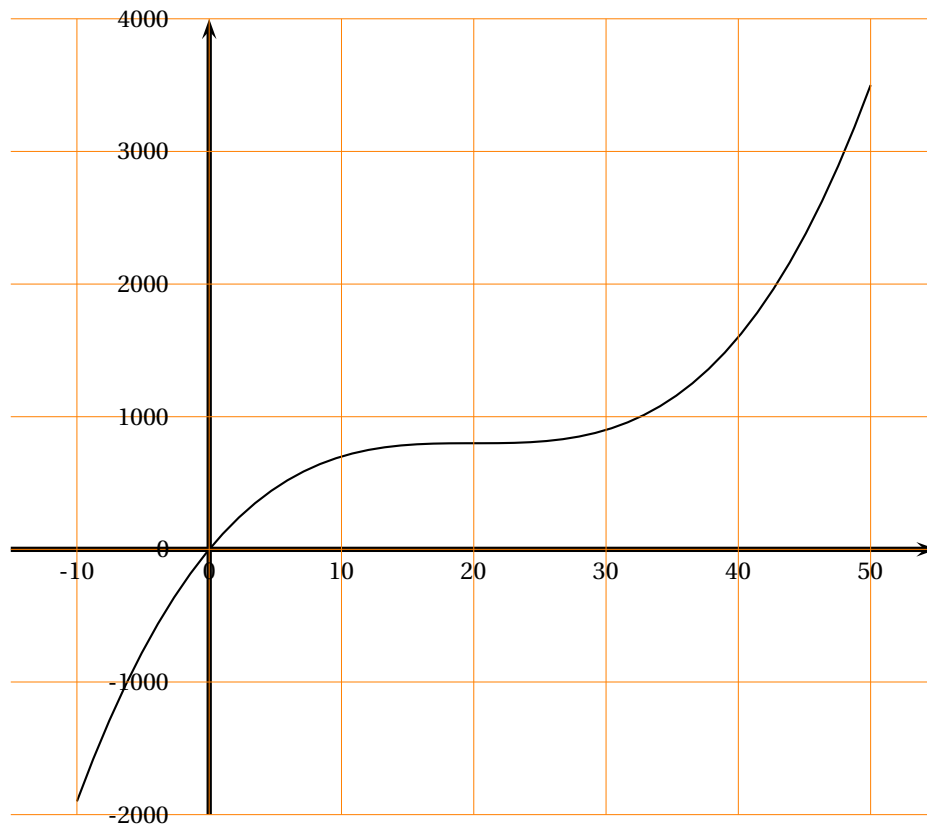
1. Vérifier que $b_1 = 190$ et calculer b_2 et b_3
2. Exprimer le terme b_{n+1} en fonction de b_n .
En déduire la nature de la suite (b_n) et donner l'expression du terme général b_n en fonction de n .
3. Calculer en fonction de n la somme S_n égale à $b_0 + b_1 + \dots + b_n$ des $(n + 1)$ premiers versements.
Calculer les sommes S_8 et S_9 et interpréter le résultat.

EXERCICE 4

6 points

1.
 - a. Montrer que 1 999 est congru à 4 modulo 7.
 - b. Déterminer le plus petit nombre entier naturel congru à 2007 modulo 7.
2. Soit n un nombre entier naturel congru à 5 modulo 7.
 - a. Déterminer un nombre entier naturel congru à n^3 modulo 7.
 - b. En déduire que $(n^3 + 1)$ est divisible par 7.
3. Montrer que si n est un nombre entier naturel congru à 4 modulo 7 alors $(n^3 - 1)$ est divisible par 7.
4. On considère le nombre $A = 1999^3 + 2007^3$.
Sans calculer A , montrer en utilisant les résultats précédents que A est divisible par 7.

Annexe à rendre avec la copie



Baccalauréat TL Centres étrangers juin 2002

EXERCICE 1

8 points

Tableau I



figure 1 : fonction L figure 2 : fonction M figure 3 : fonction P figure 4 : fonction Q

Les courbes figurant dans le tableau 1 sont les représentations graphiques de quatre fonctions polynômes de degré 3 : L , M , P , Q .

Tableau 2

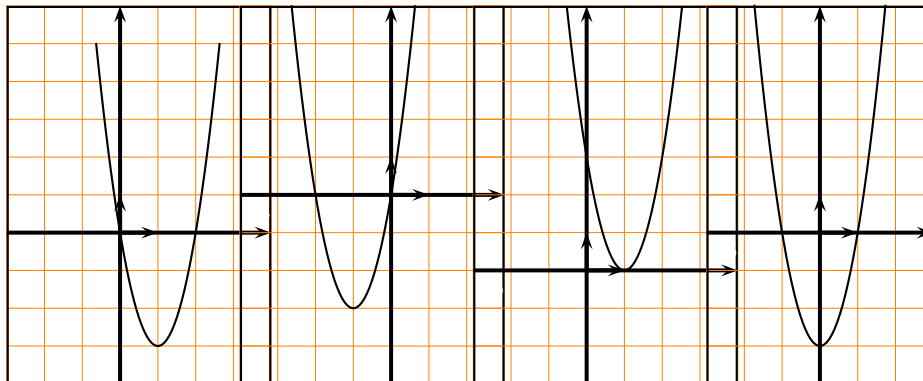


figure 5 : fonction f figure 6 : fonction g figure 7 : fonction h figure 8 : fonction k

Les paraboles figurant dans le tableau 2 sont les représentations graphiques de quatre fonctions : f , g , h , k .

Ces fonctions sont, **dans un ordre à déterminer**, les dérivées des fonctions L , M , P , Q .

1.
 - a. Pour chacune des paraboles du tableau 2, donner le signe de la fonction représentée.
 - b. Pour chacune des courbes du tableau 1, établir par lecture graphique le tableau de variations de la fonction représentée. Pour chaque tableau de variation, on indiquera le signe de la dérivée de la fonction correspondante (on n'étudiera pas les limites en $+\infty$ et en $-\infty$).
 - c. Pour chacune des fonctions L , M , P , Q , préciser celle des fonctions, f , g , h , k qui est sa fonction dérivée.
2. La fonction f représentée sur la figure 5 est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 + bx + c$ où b et c sont deux nombres réels.

- a. Résoudre graphiquement $f(x) = 0$ et utiliser cette résolution pour calculer b et c .
- b. On note \mathcal{C}_P la courbe représentative de la fonction P . Elle a pour équation :

$$y = x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx + d.$$

En utilisant les coordonnées du point d'intersection de la courbe \mathcal{C}_P avec l'axe des ordonnées, calculez d . Donner l'expression de $P(x)$.

EXERCICE 2**6 points**

Pour se rendre à l'arrêt du bus qui passe à 7 h 30 et qui l'amène au lycée, Valérie a le choix entre trois itinéraires A, B ou C.

La probabilité qu'elle choisisse l'itinéraire A est $\frac{1}{2}$, celle qu'elle choisisse l'itinéraire

B est $\frac{1}{3}$.

La probabilité qu'elle rate le bus qui passe à 7 h 30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire

A est $\frac{3}{10}$, celle qu'elle rate le bus qui passe à 7 h 30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire

B est $\frac{2}{5}$, celle qu'elle rate le bus qui passe à 7 h 30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire

C est $\frac{1}{2}$.

1. Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.
 - a. Calculer la probabilité que Valérie choisisse l'itinéraire C.
 - b. Construire un arbre de probabilités donnant les diverses possibilités. Reporter les probabilités données dans l'énoncé.
 - c. Calculer la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à 7 h 30 et qu'elle ait choisi l'itinéraire B.
 - d. Montrer que la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à 7 h 30 est $\frac{19}{30}$.
 - e. Sachant que Valérie a pris le bus qui passe à 7 h 30, calculer la probabilité qu'elle ait choisi l'itinéraire C.

2. Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme d'une valeur approchée à 10^{-3} .

Valérie essaie de prendre le bus qui passe à 7 h 30 quatre jours par semaine dans les mêmes conditions.

On suppose que pour Valérie, prendre ou rater le bus qui passe à 7 h 30, un jour donné dans la semaine est indépendant du fait de prendre ou rater le bus qui passe à 7 h 30 un autre jour dans la semaine.

- a. Calculer la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à 7 h 30 quatre fois dans la semaine.
- b. Calculer la probabilité qu'elle prenne le bus qui passe à 7 h 30 exactement deux fois dans la semaine.

On rappelle la formule donnant la probabilité de E sachant F :

$$p_F(E) = \frac{p(E \cap F)}{p(F)}.$$

EXERCICE 3 AU CHOIX**6 points**

Le but de cet exercice est de démontrer que, pour tout entier naturel n entier non nul, le nombre $A = n(n^2 - 1)$ est un multiple de 6.

1. Dans chacun des cas suivants calculer A et déterminer le reste dans la division euclidienne de A par 6.
 - a. $n = 5$;
 - b. $n = 16$;
 - c. $n = 32$.
2. On suppose maintenant que le reste de la division euclidienne de n par 6 est 5 ; on peut donc écrire

$$n \equiv 5 \pmod{6}.$$

- a. Que peut-on en conclure pour $(n - 1)$ et $(n + 1)$?
 - b. Quel est le reste de la division euclidienne de $(n^2 - 1)$ par 6 ?
 - c. Justifier alors que $n(n^2 - 1)$ est un multiple de 6.
3. Recopier et compléter le tableau.

Reste de la division de n par 6	Reste de la division de $(n - 1)$ par 6	Reste de la division de $(n + 1)$ par 6	Reste de la division de $(n^2 - 1)$ par 6	Reste de la division de $n(n^2 - 1)$ par 6
0				
1				
2				
3	2	4	2	0
4				
5				

4. Conclure.

EXERCICE 4 AU CHOIX

6 points

Un jardinier a à sa disposition un sac rempli de 1 000 bulbes de tulipes. Parmi ceux-ci :

60% sont des bulbes de tulipe jaune ;

25% sont des bulbes de tulipe rouge ;

le reste est constitué de bulbes de tulipe noire.

Par ailleurs :

28% de la totalité de ces bulbes ne fleuriront pas ;

80% des bulbes de tulipe jaune fleuriront ;

60 bulbes de tulipe noire ne fleuriront pas.

Partie A

Recopier et compléter le tableau ci-dessous

	Nombre de bulbes de tulipe jaune	Nombre de bulbes de tulipe rouge	Nombre de bulbes de tulipe noire	Total
Nombre de bulbes de tulipe qui fleuriront		150		
Nombre de bulbes de tulipe qui ne fleuriront pas				
Total				1 000

Partie B

Le jardinier tire dans son sac un bulbe au hasard.

On note :

F l'évènement : « Le bulbe fleurira » ;

J : « Le bulbe est celui d'une tulipe jaune » ;

R : « Le bulbe est celui d'une tulipe rouge » ;

N : « Le bulbe est celui d'une tulipe noire ».

1. Déterminer les probabilités des évènements suivants : $J \cap F$, $J, F, J \cup F$.
2. Les évènements J et F sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
3.
 - a. Montrer que la probabilité que le bulbe soit celui d'une tulipe noire, sachant qu'il fleurira est $0,125$.
 - b. Sachant que le bulbe est celui d'une tulipe noire, déterminer la probabilité qu'il ne fleurisse pas.

On rappelle :

- la formule donnant la probabilité de B sachant A : $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$
- la définition de l'indépendance de B vis-à-vis de A : $p_A(B) = p(B)$.

☞ Baccalauréat L France juin 2002 ☞

Durée : 3 heures

LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE 1 ET L'EXERCICE 2 ET
AU CHOIX SOIT L'EXERCICE 3 SOIT L'EXERCICE 4.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

L'attention des candidats est attirée sur le fait que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Une feuille de papier millimétré est mise à la disposition du candidat

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE

7 points

On considère un jeu de boules comme le jeu de pétanque par exemple. Un joueur lance une boule et on s'intéresse ici à la trajectoire de la boule.

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par

$$g(x) = -x^2 + 1,5x + 1$$

où : x est le temps écoulé, en secondes, à partir de l'instant où la boule quitte la main du lanceur, $g(x)$ représente, en mètres, la distance (verticale) séparant le sol de la boule après x secondes écoulées.

1. La fonction g est représentée par une partie de la courbe donnée en annexe.
Repasser en couleur la courbe représentative (\mathcal{C}_g) de la fonction g sur la feuille annexe.
2.
 - a. Calculer $g(0)$. Décrire par une phrase ce que représente le point d'abscisse 0.
 - b. Calculer $g(1)$. Décrire par une phrase ce que représente le point d'abscisse 1.
3. Calculer $g'(x)$, g' désignant la fonction dérivée de la fonction g .
4.
 - a. Rechercher le signe de $g'(x)$ selon les valeurs de x , $x \in [0 ; 2]$.
 - b. En déduire le tableau complet des variations de la fonction g .
 - c. En explicitant la méthode utilisée, indiquer à quel instant la boule atteint sa hauteur maximale.
 - d. En explicitant la méthode utilisée, indiquer à quel instant la boule touche le sol.

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE

6 points

Les codes secrets des cartes bancaires sont formés de quatre chiffres pris de 0 à 9. Pierre n'a pas noté celui de sa carte bancaire dans son agenda, mais comme il a peur de l'oublier, il a quand même noté la forme « cryptée » de son code secret de façon que son code secret ne soit pas découvert si son agenda était perdu.

Pierre réalise toujours son cryptage de la façon suivante :

- Il choisit deux chiffres a et b , appelés « clés du cryptage », qui vont lui servir à tout le cryptage.
- Il remplace chaque chiffre n de son code secret par le chiffre p , appelée forme cryptée de n , qu'il calcule à l'aide de la formule suivante

$$p \equiv a \times n + b \pmod{10}.$$

L'objectif de la partie A est de retrouver le code secret de la carte bancaire de Pierre, connaissant les clés du cryptage.

L'objectif de la partie B est de retrouver les clés d'un autre cryptage.

LES PARTIES A ET B SONT DONC INDÉPENDANTES.

Partie A

Pierre a choisi ici $a = 3$ et $b = 7$.

Alors $p \equiv 3 \times n + 7 \pmod{10}$.

Par exemple, la forme cryptée du chiffre 5 sera le chiffre 2.

Car $3 \times 5 + 7 = 22$ et $22 \equiv 2 \pmod{10}$.

1. Reproduire et compléter la table de cryptage ci-dessous correspondant à la formule de Pierre.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p				6	9	2			1	

2. Pierre a inscrit 8 5 0 3 dans son agenda qui est la forme cryptée de son code secret. Quel est son véritable code secret ?

Partie B

Pierre a fait des émules.

Quentin utilise la même formule que Pierre $p \equiv a \times n + b \pmod{10}$, mais en prenant deux autres valeurs de a et b parmi les chiffres de 0 à 9. Pierre prétend pouvoir déterminer la formule de Quentin (c'est-à-dire trouver les nombres a et b) car ce dernier lui a avoué les formes cryptées de deux chiffres :

- La forme cryptée du chiffre 3 est le chiffre 3 ;
- La forme cryptée du chiffre 4 est le chiffre 2.

1. Établir que découvrir a et b revient à résoudre le système d'inconnue $(a ; b)$

$$\begin{cases} 3a + b = 3 \pmod{10} \\ 4a + b = 2 \pmod{10} \end{cases}$$

où a et b sont des chiffres de 0 à 9.

2. Pierre prétend que le couple $(9 ; 6)$ est une solution de ce système. Montrer qu'il a raison.

Exercice 3 ou exercice 4 ? Indiquer clairement votre choix sur la copie

EXERCICE 3

7 points

Soit OA_0A_1 un triangle rectangle isocèle en A_1 .

Extérieurement au triangle OA_0A_1 , on construit sur le côté $[OA_1]$ un triangle OA_1A_2 rectangle isocèle en A_2 .

1. On pose $OA_0 = 1$.

Montrer que $OA_1 = A_0A_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

2. On itère le procédé et on trace une suite de triangles rectangles isocèles. Si $OA_{n-1}A_n$ est un triangle rectangle isocèle en A_n , on trace alors extérieurement à celui-ci, le triangle OA_nA_{n+1} rectangle isocèle en A_{n+1} .

Établir que $OA_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}OA_n$.

Dans la suite de l'exercice on note (u_n) , la suite telle que $u_0 = OA_0$, $u_1 = OA_1$, ... $u_n = OA_n$.

3. a. Dédurre de la question précédente que la suite (u_n) est une suite géométrique et la caractériser.
- b. Exprimer (u_n) en fonction de n et en déduire la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$.
4. On note L_n la longueur de la ligne brisée $OA_0A_1 \dots A_{n-1}A_n$, c'est-à-dire :

$$L_n = OA_0 + A_0A_1 + \dots + A_{n-1}A_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n.$$

Établir que $L_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}$ et en déduire la limite de la suite (L_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

Formulaire

- Si $0 < b < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} b^n = 0$.
- Si (v_n) est une suite géométrique de raison $q (q \neq 1)$ et de premier terme q_0 , alors :

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

Exercice 3 ou exercice 4 ? Indiquer clairement votre choix sur la copie

EXERCICE 4

7 points

Une chaîne de fabrication produit des rasoirs jetables en très grand nombre. À la sortie de la chaîne, chaque rasoir subit un test de contrôle par un automate. L'automate rejette les rasoirs présentant un défaut. Il arrive cependant que le test ne décèle pas un défaut et laisse passer le rasoir, ou au contraire rejette un rasoir qui ne présente aucun défaut.

Une étude statistique faite sur un très grand nombre de rasoirs a en fait montré que :

- lorsque le rasoir est correctement fabriqué, le test confirme cela et accepte l'objet dans 998 cas sur 1 000 ;
- si le rasoir a un défaut de fabrication, le test détecte ce défaut et rejette le rasoir dans 985 cas sur 1 000 ;
- sur 1 000 rasoirs fabriqués, 980 n'ont aucun défaut, les autres sont défectueux.

On choisit un rasoir au hasard.

On note dans la suite,

D l'évènement « le rasoir n'a pas de défaut de fabrication »,

\bar{D} l'évènement contraire de D ,

A l'évènement « le test accepte le rasoir »,

\bar{A} l'évènement contraire de A .

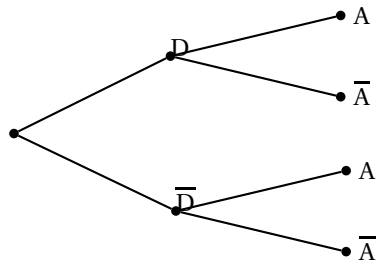
1. Décrire chacun des évènements suivants par une phrase :

$$\bar{D} \cap A, \bar{D} \cap \bar{A}, D \cap A, D \cap \bar{A}.$$

2. À l'aide de l'énoncé, donner les probabilités suivantes :

$$p_D(A) \text{ (probabilité de } A \text{ sachant que } D \text{ est réalisé) et } p_{\bar{D}}(\bar{A}).$$

3. a. Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant en faisant figurer les résultats exacts.



- b. Quelle est la probabilité qu'un rasoir soit accepté après le test de contrôle ?
Donnez l'arrondi avec une précision de 10^{-4} .

⌘ Baccalauréat L option Japon juin 2002 ⌘

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE

7 points

Les résultats d'une enquête menée auprès d'une population dont 52% des personnes sont des femmes et 48% des hommes, montrent que 80% des femmes et 70% des hommes jouent au Loto au moins une fois par mois.

1. On choisit au hasard un individu de cette population. Tous les choix sont équiprobables.

On note :

H l'évènement « L'individu choisi est un homme. »,

\bar{H} l'évènement contraire de H , c'est-à-dire « L'individu choisi est une femme. »,

L l'évènement « L'individu joue au Loto au moins une fois par mois. »,

\bar{L} l'évènement contraire de L , c'est-à-dire « L'individu joue au Loto moins d'une fois par mois. »

$p_H(L)$, probabilité conditionnelle de l'évènement L par rapport à l'évènement H .

On pourra représenter un arbre de probabilités.

- a. Calculer la probabilité de l'évènement $H \cap \bar{L}$ puis celle de l'évènement $\bar{H} \cap \bar{L}$.
 - b. Montrer que la probabilité de L est égale à 0,752.
 - c. Déterminer $p_L(H)$, probabilité que l'individu choisi soit un homme sachant qu'il joue au moins une fois par mois au Loto. Donner le résultat arrondi à 10^{-4} .
2. Cette population étant suffisamment nombreuse, on répète quatre fois, de manière indépendante, dans des conditions identiques (ou que l'on peut considérer comme telles), l'expérience de la première question « Choisir au hasard un individu de cette population ».
 - a. Déterminer la probabilité qu'un et un seul des quatre individus choisis joue au moins une fois par mois au Loto, les trois autres jouant moins d'une fois par mois. Donner le résultat arrondi à 10^{-4} .
 - b. Déterminer la probabilité qu'un, au moins, des quatre individus choisis joue au Loto au moins une fois par mois. Donner le résultat arrondi à 10^{-4} .

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE

8 points

On considère les fonctions C et B définies sur l'intervalle $[0; 60]$ par :

$$C(x) = 450 - 5x \quad ; \quad B(x) = -x^2 + 55x - 450.$$

Partie A

1. La fonction dérivée de B est notée B' . Calculer $B'(x)$ et étudier son signe suivant les valeurs de x .
2. Construire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; 60]$.
3. Montrer que $B(x)$ peut s'écrire $(-x+10)(x-45)$ et résoudre l'équation $B(x) = 0$.

4. D'après les représentations graphiques des fonctions C et B données en annexe, la droite représentant la fonction C semble tangente à la courbe représentant la fonction B au point d'abscisse 30.

Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentant la fonction B au point d'abscisse 30 et justifier la remarque précédente.

Partie B

Un stade peut accueillir 50 000 personnes.

On suppose que le prix x exprimé en euros d'un billet est le même pour tous les spectateurs et que le nombre de spectateurs $N(x)$ est fonction du prix du billet.

On estime que $N(x) = 50\,000 - 1\,000x$.

Organiser un spectacle coûte 200 000 euros d'installation auxquels s'ajoutent des frais qui s'élèvent à 5 euros par spectateur.

1. Montrer que la dépense totale exprimée en milliers d'euros pour un spectacle est donnée en fonction du prix x d'un billet par $C(x)$.
2. Montrer que la recette exprimée en milliers d'euros pour un spectacle est donnée en fonction du prix x d'un billet par $50x - x^2$.
3. Montrer que le bénéfice exprimé en milliers d'euros pour un spectacle est donné en fonction du prix x d'un billet par $B(x)$.
4. En exploitant les représentations graphiques données en annexe et les résultats de la **partie A**, déterminer :
 - a. le prix du billet correspondant à un bénéfice maximum ;
 - b. les valeurs de x pour lesquelles le bénéfice est positif ou nul.

AU CHOIX exercice 3 ou exercice 4

EXERCICE 3

5 points

Urbain et Valérie ont obtenu le même diplôme la même année et ont été embauchés, tous les deux, le 1^{er} janvier 2000, dans deux entreprises différentes, sous deux contrats à durée indéterminée différents :

- La première année, le salaire annuel net d'Urbain s'élève à 14 000 euros et ce salaire augmente de 4 % chaque année au 1^{er} janvier par rapport au salaire annuel précédent.

- Valérie débute avec un salaire annuel net de 14 500 euros et ce salaire augmente de 500 euros chaque année au 1^{er} janvier. On appelle u_n , le salaire annuel net d'Urbain en euros pour l'année $(2000 + n)$ et v_n , celui de Valérie.

Avec ces notations, on a : $u_0 = 14\,000$ et $v_0 = 14\,500$.

1.
 - a. Calculer les termes u_1 et u_2 .
 - b. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
 - c. Exprimer le terme général u_n , en fonction de n .
2.
 - a. Calculer les termes v_1 et v_2 .
 - b. Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on donnera la raison.
 - c. Exprimer le terme général v_n en fonction de n .
3. Calculer $u_0 + u_1 + \dots + u_8$ et $v_0 + v_1 + \dots + v_8$. Interpréter ces résultats.
La situation est-elle la même à la fin de l'année suivante ?

EXERCICE 4**5 points**

Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I - On considère deux nombres entiers naturels a et b tels que :

a est congru à 10 modulo 23 et

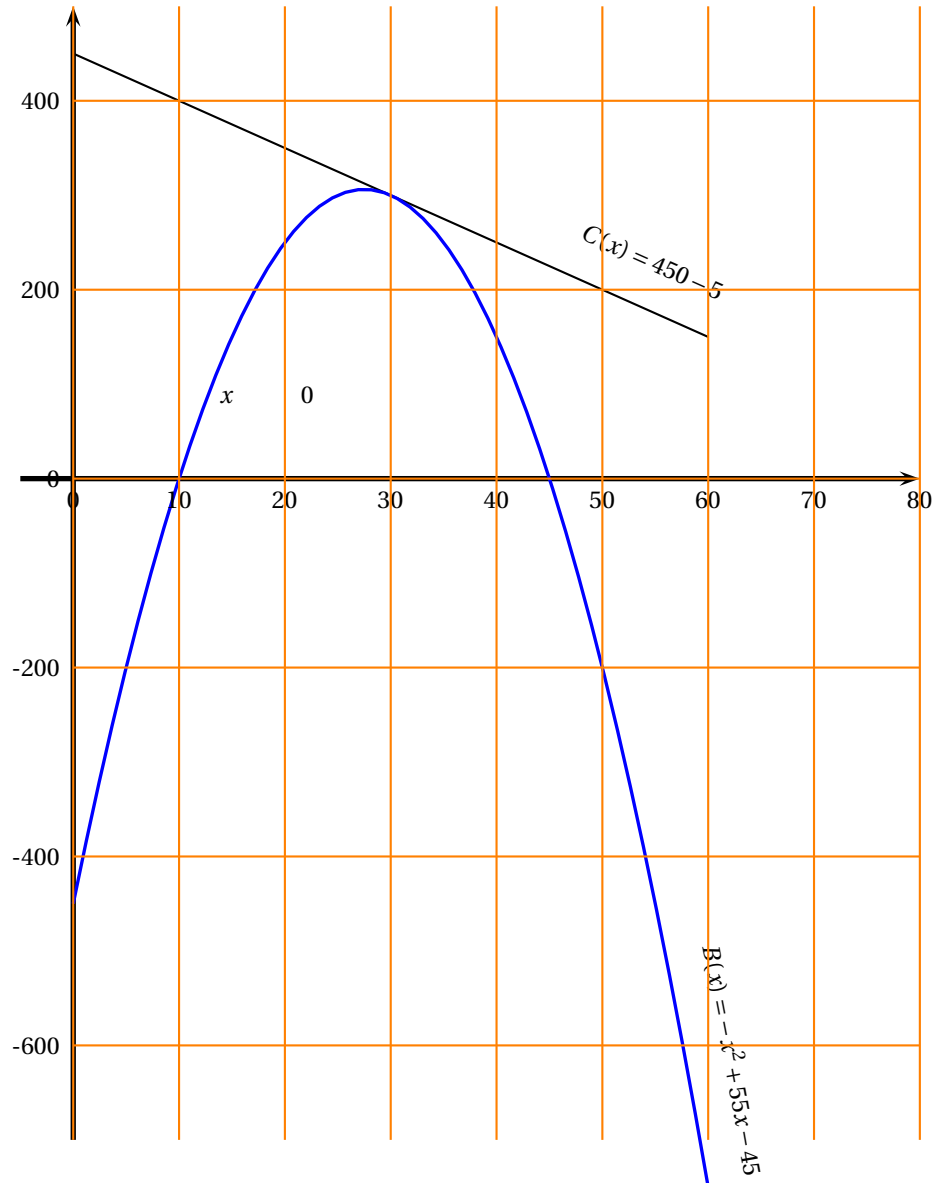
b est congru à 15 modulo 23.

1. Déterminer le plus petit nombre entier naturel congru à $(a + b)$ modulo 23.
2. Déterminer le plus petit nombre entier naturel congru à ab modulo 23.

Partie II -

1. Déterminer le plus petit nombre entier naturel congru à 1 000 modulo 111.
2. Montrer que pour tout nombre entier naturel n , $1\,000n$ est congru à n modulo 111.
En déduire que le nombre $10^8 + 10^4 + 1$ est divisible par 111.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

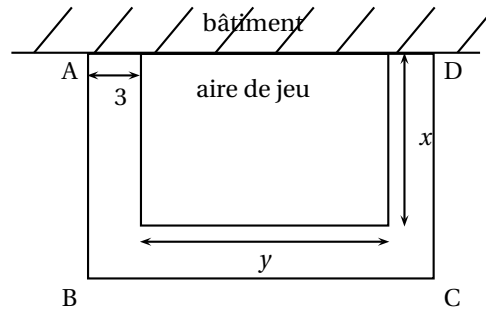


Baccalauréat L facultatif La Réunion juin 2002

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE

7 points

On veut construire le long d'un bâtiment une aire de jeu rectangulaire de 450 m^2 . De plus, on souhaite que les dimensions de ce rectangle soient supérieures ou égales à 10 m . Cet espace de jeu est entouré sur trois cotés d'une allée de 3 m de large comme l'indique le croquis ci-dessous.



L'ensemble est clôturé sur les trois côtés $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$. On s'intéresse à la longueur L de la clôture : $L = AB + BC + CD$.

On note x et y les dimensions en mètres de l'aire de jeu.

1.
 - a. Démontrer que $y = \frac{450}{x}$, puis justifier que x appartient à l'intervalle $[10; 45]$.
 - b. Exprimer la longueur L en fonction de x .
2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[10; 45]$ par

$$f(x) = 2x + 12 + \frac{450}{x}.$$

- a. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f .
 - b. Démontrer que, pour tout x appartenant à $[10; 45]$, $f'(x)$ a le même signe que $(x^2 - 225)$. En déduire le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x .
 - c. Dresser le tableau de variations de f .
3. Déduire de l'étude précédente les dimensions à donner à l'aire de jeu pour que la longueur de la clôture soit la plus petite possible. Quelle est alors cette longueur ?

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE

7 points

Un mobile part d'un point et avance sur une droite. À chaque minute, il se déplace d'un mètre augmenté de la moitié de la distance parcourue pendant la minute précédente.

On pose $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel non nul n , on appelle u_n la distance, en mètres, parcourue durant la n -ième minute. Ainsi $u_1 = 1$.

1. Calculer u_2
2. Établir que, pour tout entier naturel n , on a :

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1.$$

3. Soit (v_n) la suite définie sur \mathbb{N} par $v_n = u_n - 2$.

- a. Calculer v_0, v_1, v_2 .
 b. Démontrer que, pour tout entier naturel n , on a :

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n.$$

- c. En déduire l'expression de v_n en fonction de n .
 d. On rappelle que, pour tout réel b différent de 1 et tout entier naturel n supérieur à 2,

$$1 + b + b^2 + \dots + b^n = \frac{1 - b^{n+1}}{1 - b}.$$

Calculer $v_0 + v_1 + \dots + v_{10}$.

4. On désire connaître la distance d parcourue par le mobile au bout de dix minutes, c'est-à-dire $d = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$.
 a. Démontrer que $d = v_0 + v_1 + \dots + v_{10} + 22$.
 b. En déduire la valeur exacte de d .

Le candidat traitera au choix l'exercice 3 ou l'exercice 4

EXERCICE 3 AU CHOIX

6 points

Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I

Nathalie communique avec une amie en fabriquant des messages codés. Chaque lettre de l'alphabet est repérée par son rang x , $1 \leq x \leq 26$: 1 pour A, 2 pour B, etc. La lettre de rang x est codée par la lettre de rang y tel que :

$$1 \leq y \leq 26 \quad \text{et} \quad y \equiv x + 10 \pmod{26}.$$

Exemple : la lettre V a pour rang $x = 22$;

on a $1 \leq y \leq 26$ et $y \equiv 32 \pmod{26}$, donc $y = 6$. La lettre V est codée par la lettre F.

1. Recopier et dresser le tableau ci-dessous pour toutes les lettres de l'alphabet.

Lettre	A	...	V	...
x	1		22	
y	11		6	
Codage	K		F	

2. Retrouver le codage du mot « ARITHMETIOUE ».
 3. Décoder le mot « OEBY ».

Partie II

1. En remarquant que $999 = 27 \times 37$, démontrer que :

$$10^3 \equiv 1 \pmod{37} \quad \text{et} \quad 10^{30} \equiv 1 \pmod{37}.$$

2. Démontrer que, pour tout entier naturel n , on a : $10^{3n} \equiv 1 \pmod{37}$.
 3. En déduire que le nombre $N = 10^{10} + 10^{20} + 10^{30}$ est un multiple de 37.
 (On pourra remarquer que $10^{10} = 10^9 \times 10$).

EXERCICE 4 AU CHOIX**6 points**

Dans cet exercice on donnera les résultats arrondis à 10^{-2} .

Une urne contient dix boules indiscernables au toucher : une jaune, sept rouges et deux bleues.

Un jeu consiste à tirer d'abord au hasard une boule de l'urne : si cette boule est jaune, alors le jeu s'arrête, sinon on effectue un second tirage sans remettre la première boule tirée dans l'urne.

1.
 - a. Quelle est la probabilité de tirer une boule jaune au premier tirage ?
 - b. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge au premier tirage ?
 - c. Quelle est la probabilité que le joueur tire une boule jaune au deuxième tirage sachant qu'il a tiré une boule rouge au premier tirage ?
2. Dans cette question, on pourra utiliser un arbre de probabilité.
 - a. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue au premier tirage et une boule rouge au second tirage ?
 - b. Démontrer que la probabilité de tirer une boule rouge au second tirage est $\frac{28}{45}$.
3. Un joueur gagne s'il tire une boule rouge au second tirage. Quatre personnes participent à ce jeu indépendamment les unes des autres.
 - a. Calculer la probabilité qu'aucune de ces quatre personnes ne gagne.
 - b. Calculer la probabilité qu'une au moins de ces quatre personnes gagne.

☞ Baccalauréat L Liban juin 2002 ☞

Les exercices 1 et 2 sont obligatoires. Le troisième exercice est à choisir parmi les exercices 3 et 4.

EXERCICE 1

7 points

Dans une classe composée de dix filles et huit garçons, on forme des groupes en choisissant au hasard trois élèves.

1. Quel est le nombre de groupes possibles ?
2. Déterminer
 - a. la probabilité pour que les trois élèves choisis soient trois filles,
 - b. la probabilité pour que l'un au moins des huit garçons soit choisi.Ces deux résultats seront donnés sous forme de fraction simplifiée.
3. Montrer que la probabilité pour que le groupe soit mixte (c'est-à-dire comprenne au moins une fille et au moins un garçon) est égale à $\frac{40}{51}$.
4. On forme un tel groupe de trois élèves, lors de chacun des trois trimestres de l'année scolaire, par tirage au sort. Un même élève peut être donc désigné plusieurs fois.
Calculer à 0,001 près, la probabilité pour qu'au cours d'une année scolaire, il y ait exactement deux groupes mixtes parmi les trois formés.

EXERCICE 2

7 points

Un rectangle ABCD a pour périmètre 10 cm.

Partie A

Dans cette partie, on pose $AB = x$ (cm).

1. Dans quel intervalle fermé le réel x peut-il varier ?
2. Exprimer l'aire $S(x)$ du rectangle ABCD en fonction de x .

Partie B

La fonction f est définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = -x^2 + 5x.$$

1. En faisant appel à sa fonction dérivée f' , dresser le tableau de variations de f .
2. En déduire la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle ABCD est maximale.
3.
 - a. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité : 2 cm sur chaque axe), tracer la courbe \mathcal{C} représentative de f sur l'intervalle $[0; 5]$.
 - b. Sur la même figure qu'au 3. a. tracer la tangente à la courbe \mathcal{C} en son point d'abscisse 1.

EXERCICE 3

6 points

On considère le nombre entier $A = 18^{2002}$.

1. A est-il divisible par 9 ? Par 4 ? (Justifier les réponses)
2. On cherche à obtenir le reste de la division euclidienne de A par 7, en utilisant des congruences.

- a. Trouver l'entier r vérifiant $0 \leq r < 7$ et $18 \equiv r \pmod{7}$.
 - b. Quel est le plus petit entier naturel non nul n tel que $r^n \equiv 1 \pmod{7}$?
 - c. Prouver que pour tout nombre entier naturel k , 4^{3k} est congru à 1 modulo 7.
 - d. En déduire le reste de la division euclidienne de A par 7.
3. Montrer que 2002^{18} est divisible par 13.

EXERCICE 4**6 points****Partie A : étude d'une suite**

La suite (u_n) est définie sur \mathbb{N} par la donnée de son premier terme $u_0 = 800$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 0,6u_n + 400$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. On définit une autre suite (v_n) sur \mathbb{N} en posant pour tout entier naturel n , $v_n = 1000 - u_n$.
 - a. Calculer les trois premiers termes de cette suite (v_n) .
 - b. Montrer que cette suite (v_n) est géométrique et en déduire l'expression de v_n en fonction de n .
3.
 - a. Déduire des résultats précédents que $u_n = 1000 - 200 \times (0,6)^n$.
 - b. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

Partie B : application

Le président d'une association culturelle constate que chaque année l'association garde 60% de ses anciens adhérents et que 400 personnes nouvelles adhèrent. On suppose que ces données chiffrées restent les mêmes au fil des ans.

À la création de cette association, en janvier 2001, il y avait 800 adhérents.

1. Calculer le nombre des adhérents en janvier 2002.
2. Quel sera le nombre d'adhérents en janvier 2003 ?
3. En quelle année verra-t-on pour la première fois l'effectif de l'association dépasser 990 ?

🌀 Baccalauréat L option Polynésie juin 2002 🌀

LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE 1 ET L'EXERCICE 2 ET AU CHOIX SOIT L'EXERCICE 3 SOIT L'EXERCICE 4.

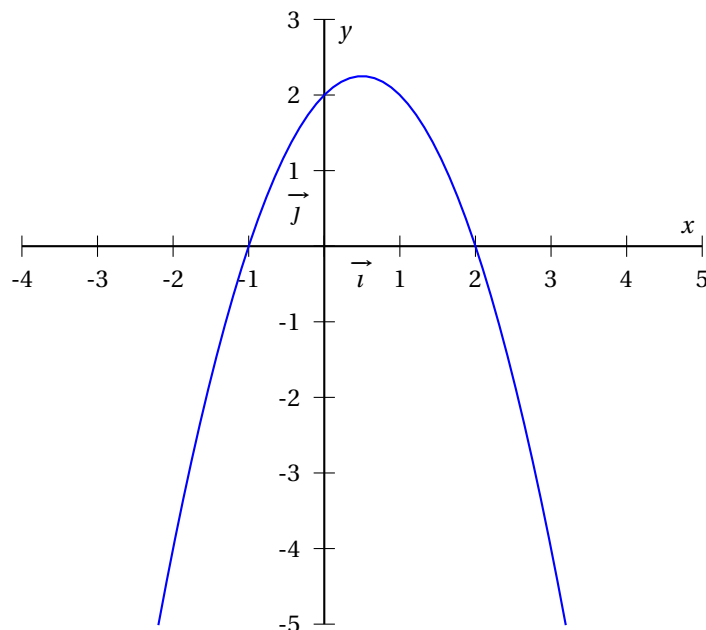
L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve. L'attention des candidats est attirée sur le fait que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE

6 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique : 1 cm).

A - On considère une fonction g définie sur \mathbb{R} et on appelle \mathcal{C}_g sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormal. Le graphique ci-dessous représente la courbe \mathcal{C}_g de la fonction g' dérivée de la fonction g .



1. Utiliser le graphique pour déterminer le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x . En déduire le sens de variations de la fonction g .
2. Justifier que g possède des extremums ; pour quelles valeurs de x sont-ils atteints ?
3. Existe-t-il des points de la courbe en lesquels la tangente a un coefficient directeur égal à -4 ?
Déterminer alors l'abscisse du ou des point(s) correspondant(s).

B - Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x - 2.$$

On appelle \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

1. a. Calculer la dérivée f' de la fonction f et vérifier que, pour tout nombre réel x :

$$f'(x) = 3(x+1)(2-x).$$

- b. Indiquer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x . Vérifier que $f'(x)$ et $g'(x)$ ont le même signe.
- c. Dresser le tableau des variations de la fonction f (on ne demande pas d'étudier les limites en $+\infty$ ou en $-\infty$).
2. Tracer la courbe \mathcal{C}_f pour x appartenant à l'intervalle $[-2,5 ; 3,5]$.

EXERCICE 2**6 points**

Une source sonore émet un son dont l'intensité est 1 000 décibels.

Une plaque d'isolation phonique d'un certain type absorbe 45 % de l'intensité du son.

On note U_n l'intensité du son, mesurée en décibels, après la traversée de n plaques d'isolation phonique.

Ainsi $U_0 = 1000$.

- Calculer U_1, U_2, U_3 .
- Montrer que, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 0,55U_n$.
 - En déduire que (U_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
Donner l'expression de U_n en fonction de n .
- Calculer la limite de U_n lorsque n tend vers $+\infty$.
Interpréter le résultat obtenu.
- Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le nombre minimum de plaques que doit traverser le son pour que l'intensité soit inférieure au dixième de sa valeur initiale.

EXERCICE 3 AU CHOIX**8 points**

Sur le catalogue d'une entreprise de vente par correspondance, la référence de chaque article est constituée d'un nombre à cinq chiffres $xyztu$ (le premier de ces chiffres x étant différent de zéro), suivi d'une lettre majuscule choisie entre A et N, à l'exception de la lettre I.

À cette lettre majuscule est associé un nombre appelé clé selon le tableau suivant :

lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L	M	N
clé	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

À des fins de contrôle, on impose, pour chaque référence, que la somme du nombre à cinq chiffres et de la clé obtenue grâce au tableau, soit un nombre divisible par 13.

Par exemple considérons un article dont la référence est 18501 M.

Le nombre à cinq chiffres est 18501. La clé associée à M est 11. $18501 + 11 = 18512 = 13 \times 1424$.

18512 est divisible par 13, donc cette référence est correcte.

- Les deux références suivantes sont-elles correctes ?
13 587M 45905 A
Les réponses doivent être justifiées.
- On veut retrouver la lettre d'une référence dont il ne reste que le nombre à cinq chiffres 26014.
 - Montrer que $13 \times 2001 < 26014 < 13 \times 2002$.
 - En déduire la lettre manquante.
- On veut retrouver un chiffre illisible dans la référence d'un article.
Cette référence est 85z29 C (z étant le chiffre illisible).

- a. Montrer que le problème revient à trouver z ($0 \leq z \leq 9$) tel que :

$$8 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + z \times 10^2 + 2 \times 10 + 9 + 2 \equiv 0 \pmod{13}$$

Cette relation sera notée (E) dans toute la suite.

- b. Recopier et compléter le tableau suivant à l'aide d'entiers naturels compris entre 0 et 12.

$10^0 \equiv \dots \pmod{13}$	$10^1 \equiv \dots \pmod{13}$	$10^2 \equiv \dots \pmod{13}$
$10^3 \equiv \dots \pmod{13}$	$10^4 \equiv \dots \pmod{13}$	

- c. En utilisant les propriétés des congruences et les résultats obtenus dans le tableau précédent, montrer que le problème revient à trouver z ($0 \leq z \leq 9$) tel que : $11 + 9z \equiv 0 \pmod{13}$.
- d. Déterminer le chiffre illisible de la référence.
Écrire alors cette référence.

EXERCICE 4 AU CHOIX

8 points

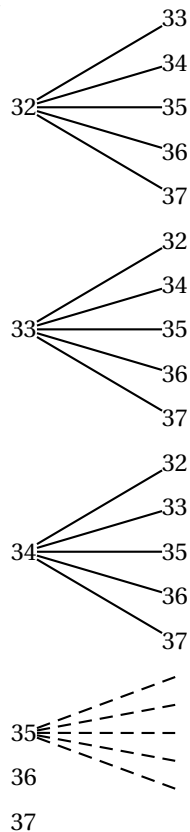
Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

Une série qualificative pour une course internationale réunit six concurrents :

- deux français portant les dossards 32 et 33 ;
- trois italiens portant les dossards 34, 35, 36 ;
- un allemand portant le dossard 37.

Seules les deux premières places sont qualificatives. Le résultat de la série est représenté par les dossards des concurrents classés aux deux premières places. On obtient ainsi un couple. Par exemple le couple (32, 36) représente le résultat suivant : le concurrent classé premier porte le dossard 32, le concurrent classé deuxième porte le dossard 36.

On décrit les résultats possibles de la série à l'aide de l'arbre ébauché dans le schéma ci-dessous :



1. Reproduire le schéma sur la copie et le compléter.
Quel est le nombre de résultats possibles ?
2. Tous les coureurs sont de niveaux sportifs sensiblement égaux et ont le même espoir de qualification.
On considère les événements suivants :
A : « les deux qualifiés sont italiens ».
B : « les deux qualifiés portent un dossard pair ».
 - a. Justifier que la probabilité de chacun des événements A et B est $\frac{1}{5}$.
 - b. On note \bar{A} l'évènement contraire de A et \bar{B} l'évènement contraire de B.
Expliciter, par une phrase, chacun des événements \bar{A} et \bar{B} .
Calculer leur probabilité.
 - c. On note $A \cap B$ l'intersection des événements A et B, $A \cup B$ leur réunion.
Expliciter, par une phrase, l'évènement $A \cap B$, puis calculer sa probabilité.
En déduire la probabilité de l'évènement $A \cup B$.
3. On considère les événements suivants :
G : « les deux qualifiés sont de la même nationalité ».
H : « les deux qualifiés portent des dossards congrus modulo 3 ».
 - a. Calculer la probabilité de chacun des événements G et H.
 - b. Expliciter, par une phrase, l'évènement $G \cap H$.
En déduire la probabilité de l'évènement $G \cup H$.