Baccalauréat L spécialité 2008

L'intégrale de septembre 2007 à juin 2008

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Baccalauréat L spécialité Antilles–Guyane septembre 2007

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

Ce sujet nécessite une feuille de papier millimétré

EXERCICE 1 **6 points**

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par :

$$f(x) = 55\mathrm{e}^{0,5x}.$$

1. Donner les valeurs approchées arrondies à l'unité des nombres $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ et $f(4)$.
2. **a.** Déterminer la fonction dérivée de la fonction f.

   b. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,10]$, l'équation $f(x) = 3000$. On donnera les arrondis à l'unité des solutions éventuelles.

Partie B

Une étude statistique permet de considérer la fonction f de la partie A comme un modèle satisfaisant pour décrire l'évolution, de 2000 à 2010, de la puissance totale des éoliennes installées en France. Plus précisément, on suppose que pour l'année $(2000 + x)$ où x est un entier naturel, la puissance totale des éoliennes installées en France, exprimée en mégawatts, est donnée par $f(x)$.

En utilisant ce modèle et en exploitant les résultats de la partie A, répondre aux questions suivantes en donnant les justifications nécessaires.

1. Quelle était la puissance totale des éoliennes en 2001 ?
2. En quelle année la puissance totale des éoliennes devrait-elle dépasser 3 000 mégawatts ?
3. Pourra-t-on atteindre une puissance totale de 10000 mégawatts en 2010 ?
4. Pour tout entier naturel n, on pose : $u_n = 55\mathrm{e}^{0,5n}$.

   a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $\mathrm{e}^{0,5}$.

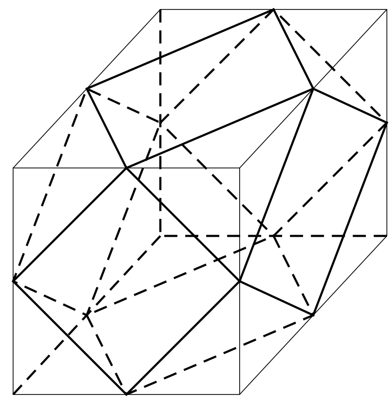
   b. Dans le modèle étudié la puissance totale des éoliennes augmente donc chaque année d'un même pourcentage. Donner ce pourcentage en arrondissant le taux au dixième.

EXERCICE 2 **8 points**

Cet exercice est composé de deux parties indépendantes.

Partie A

Sur chacune des faces d'un cube ABCDEFGH, figure un motif carré formé par les milieux des côtés des faces.

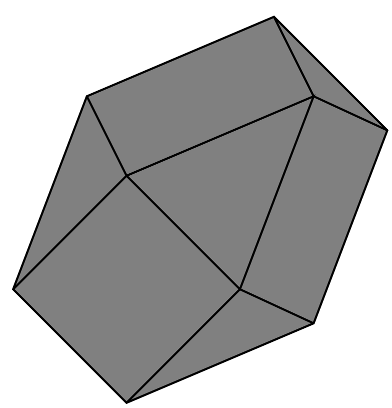


On donne en annexe la représentation en perspective centrale du cube ABCDEFGH, dont la face ABFE est située dans un plan frontal. Le carré inscrit dans la face ABFE y est représenté.
Les images des points A, B, C ... sont notées en lettres minuscules a, b, e. La droite (p) est la ligne d'horizon.

Les constructions demandées seront réalisées sur la feuille annexe 1*, à rendre avec la copie.*
On laissera apparents les traits de construction utiles.

1. **a.** Construire le point de fuite principal r.
   b. Construire les deux points de distance s et t.
2. **a.** Construire l'image i du milieu I du segment [CG].
   b. Construire l'image j du milieu J du segment [BC].
   c. Proposer une vérification de la construction du point j.
   d. Terminer le dessin des carrés figurant sur les deux faces apparentes du cube.

PARTIE B



Dans un jeu de société, on utilise un dé qui est un solide obtenu en sectionnant un cube, à partir du schéma de la partie A.
Ce dé possède six faces carrées, numérotées de 1 à 6, et huit faces triangulaires, numérotées de 1 à 8.

Le premier joueur lance le dé et il ne peut entamer la partie que si le dé tombe sur une face portant le numéro 6. On considère que, lorsqu'on lance ce dé, la probabilité qu'il tombe sur une face carrée est $\dfrac{4}{5}$ et la probabilité qu'il tombe sur une face triangulaire est $\dfrac{1}{5}$.
De plus, on suppose que tous les numéros des faces carrées ont la même probabilité d'apparition et que tous les numéros des faces triangulaires ont la même probabilité d'apparition. On note C l'évènement « le dé tombe sur une face carrée » et T l'évènement « le dé tombe sur une face triangulaire ». On a donc les probabilités suivantes : $p(\text{C}) = \dfrac{4}{5}$ et $p(\text{T}) = \dfrac{1}{5}$.
On note S l'évènement « le dé tombe sur une face portant le numéro 6 »et $\overline{\text{S}}$ l'évènement contraire de S.
Tous les résultats demandés dans cette partie seront donnés sous forme de fraction irréductible.

1. Compléter l'arbre pondéré figurant sur la feuille annexe 2, à rendre avec la copie.

2. **a.** Déterminer la probabilité $p(\text{S} \cap \text{C})$ de l'évènement $\text{S} \cap \text{C}$.

b. Déterminer la probabilité $p(\text{S})$ de l'évènement S.

3. Sachant que le premier joueur a obtenu un 6, quelle est la probabilité que le dé soit tombé sur une face carrée ?

4. Soit H l'évènement « le dé tombe sur une face portant le numéro 8 », calculer la probabilité de H.

EXERCICE 3 **6 points**

Pour tout entier naturel n, on pose : $A(n) = n^2 - n + 2007$.
Le but de l'exercice est d'étudier la divisibilité des entiers $A(n)$ par 2 et par 3.

Cet exercice est composé de deux questions indépendantes

1. **a.** Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre $A(1)$ égal à 2007.

b. Soit n un entier naturel. Démontrer que : « Si n est divisible par 3, alors $A(n)$ est divisible par 3 ».

c. La réciproque de cette dernière affirmation est-elle vraie ? Justifier.

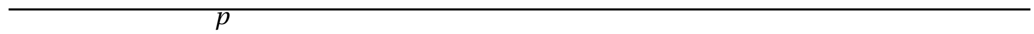
2. **a.** Vérifier que, quel que soit l'entier naturel n, on a :

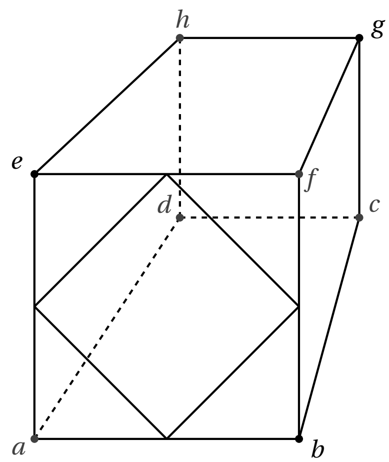
$$(n+1)^2 - (n+1) + 2007 = (n^2 - n + 2007) + 2n.$$

b. On considère un entier naturel n quelconque. Démontrer que : « Si $A(n)$ est impair, alors $A(n+1)$ est impair ».

c. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
« Il existe au moins un entier naturel n tel que $A(n)$ soit divisible par 2 ».

Annexe 1 : à rendre avec la copie


p


h
g
e
f
d
c
a
b

∽ Baccalauréat L spécialité France–La Réunion ∽
septembre 2007

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

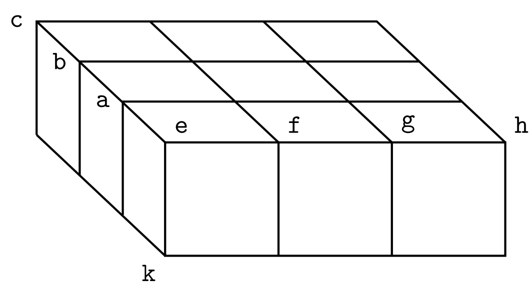
Ce sujet nécessite une feuille de papier millimétré

EXERCICE 1 **5 points**

Dans tout l'exercice on utilisera une lettre majuscule pour noter un point de l'espace et une lettre minuscule pour noter une représentation plane de ce point. Par exemple : a représente le point A.

Les dessins donnés dans les annexes 1 et 1 bis sont à compléter et à rendre avec la copie. Aucune justification n'est attendue dans les constructions mais on laissera apparents les traits de construction.

Le dessin ci-dessous est une représentation en perspective centrale de neuf cubes ayant tous les mêmes dimensions. Les points e, a, b, c, f, g, h et k représentent les sommets E, A, B, C, F, G, H et K.



Ces neuf cubes sont sur un plan horizontal. Dans cette représentation le plan de projection est tel que le plan KEH est un plan frontal.

1. Dans le dessin N°1 donné en annexe 1 , les points e, a, f et k représentent les points E, A, F et K dans une perspective parallèle.
   Compléter ce dessin N°1 par la représentation en perspective parallèle des neuf cubes.
2. Dans le dessin N°2 donné en annexe 1, les points e, a, f et k représentent les points E, A, F et K dans une perspective centrale.
   La droite δ est la ligne d'horizon, w le point de fuite de la droite (EA) et w$'$ le point de fuite de la droite (EF). On sait de plus que (EK) et (AF) sont situées dans des plans frontaux.
   Compléter ce dessin N°2 par la représentation en perspective centrale des neuf cubes.
3. Dans le dessin N°3 donné en annexe 1 bis , les points e, a, f et k sont des représentations des points E, A, F et K.
   Sur ce dessin sont représentés une droite δ et deux points v et v$'$ de cette droite.
   Les points b et c sont construits sur le segment [ev] de sorte que les distances ea, ab et bc soient les premiers termes de la suite géométrique de premier terme 2 et de raison 0,6.
   Les points f, g et h placés sur le segment [ev$'$]sont tels que ef = ea, eg = eb et eh = ec.
   a. Calculer ab et bc.

b. Compléter le dessin N°3 par le tracé des droites (`vf`), (`vg`), (`vh`), ($\mathtt{v'a}$), ($\mathtt{v'b}$), ($\mathtt{v'c}$).
En partant d'observations graphiques, montrer que le quadrillage obtenu ne représente pas, en perspective centrale, la face supérieure des neuf cubes.

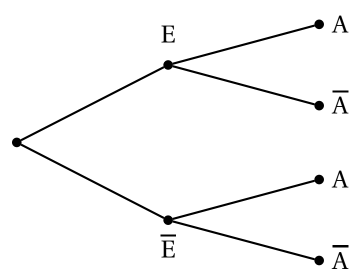
EXERCICE 2 **3 points**

Dans ce QCM, il s'agit de recopier sur la copie chacune des trois affirmations proposées en la complétant par la réponse choisie.
Un seul choix est correct. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse juste vaut un point, une réponse fausse enlève un quart de point, l'absence de réponse est notée 0. *Si le total des points obtenus sur cet exercice est négatif ou nul, la note zéro est attribuée à l'exercice.*

L'arbre suivant représente les données d'un exercice de probabilité. La probabilité d'un évènement H est notée $P(\text{H})$.

On sait que $P(\text{E}) = 0,3$; $P_{\text{E}}(\text{A}) = 0,1$ et $P(\overline{\text{E}} \cap A) = 0,14$.



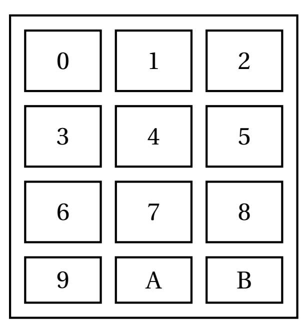
1. La probabilité de $\text{E} \cap \text{A}$ est égale à :
a. 0,4 **b.** 0,03 **c.** 0,33 **d.** 0,1.

2. La probabilité de A sachant $\overline{\text{E}}$ est égaie à :
a. 0,7 **b.** 0,14 **c.** 0,2 **d.** 1,1.

3. La probabilité de A est égale à :
a. 0,42 **b.** 0,3 **c.** 0,042 **d.** 0,17.

EXERCICE 3 **6 points**

Une entreprise de recyclage récupère un lot de digicodes ayant tous un clavier identique à celui représenté ci-contre.
Chacun de ces digicodes a été programmé pour fonctionner avec **un code** constitué de deux signes choisis parmi les douze figurant sur ce clavier.
Par exemple A0, BB, 43 sont des codes possibles.
Pour remettre en état de fonctionnement un tel digicode, il faut retrouver **son code**.



Pour faciliter une telle recherche, a été inscrit sur le boîtier de chaque digicode un nombre R qui dépend du code. Ce nombre a été obtenu de la manière suivante :

- Le code est considéré comme un nombre écrit en base 12. A est le chiffre dix et B le chiffre 11.
- Le nombre R inscrit sur le boîtier est le reste de la division euclidienne du code, converti en base 10, par 53. R est donc un nombre écrit en base 10 et tel que $0 \leqslant \text{R} \leqslant 53$.

1. Combien y a-t-il de codes possibles ?
2. On suppose que le code d'un digicode est AB.
   a. Écrire en base 10 le nombre dont l'écriture en base 12 est $(\text{AB})_{\text{douze}}$.
   b. Déterminer le nombre R inscrit sur le boîtier de ce digicode.
3. Sur le boîtier d'un digicode est inscrit le nombre R égal à 25. Démontrer que $(21)_{\text{douze}}$ peut être le code de ce digicode.
4. On considère l'algorithme suivant :

Entrée :	R un entier naturel.
Initialisation :	L liste vide ; $n = 0$.
Traitement :	Tant que $53n + \text{R} \leqslant 143$, mettre dans la liste L la valeur de $53n+$ R puis ajouter 1 à n.
Sortie :	Afficher la liste L.

   a. Faire fonctionner cet algorithme pour R = 25.
   b. On suppose que le nombre R inscrit sur le boîtier d'un digicode est R 25. Quels sont les trois codes possibles de ce digicode ?
5. Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse. Si l'affirmation est considérée comme étant fausse, en apporter la preuve.
   Affirmation : quelle que soit la valeur de R l'algorithme permet de trouver trois codes parmi lesquels se trouve le code secret.

EXERCICE 4 **6 points**

Des pucerons envahissent une roseraie. Des coccinelles, prédateurs des pucerons, sont introduites dans cette roseraie. Au bout de vingt jours, on constate que le nombre des pucerons peut être estimé à 770, soit 0,77 milliers.
On s'intéresse à l'évolution du nombre des pucerons (exprimé en milliers) présents dans la roseraie en fonction de la durée écoulée depuis l'introduction des coccinelles. On note f cette fonction et t cette durée. L'unité de durée est un jour. Lorsque l'on introduit les coccinelles, on a donc $t = 0$.

1. Des études ont montré que le nombre des pucerons (exprimé en milliers) en fonction de la durée t écoulée depuis l'introduction des coccinelles, était modélisé par la fonction f définie, pour tout nombre réel t élément de $[0\,;20]$, par :

$$f(t) = (2t+2)\mathrm{e}^{-kt}, \text{ où } k \text{ est un nombre réel positif constant.}$$

   a. Quel est le nombre de pucerons au moment où les coccinelles sont introduites dans cette roseraie ?
   b. Déterminer la valeur exacte de k puis l'une de ses valeurs approchées au millième près.
   Dans toute la suite de l'exercice, on considère que la fonction f définie pour tout nombre réel t élément de $[0\,;\,20]$ par $f(t) = (2t+2\mathrm{e}^{-0,2t}$, représente correctement l'évolution du nombre des pucerons en fonction de la durée t. On note f' la fonction dérivée de f et $(\mathscr{C}_f)$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
2. a. Démontrer que, pour tout nombre réel t de $[0\,;\,20]$,
   $f'(t) = (-0,4t+1,6)\mathrm{e}^{-0,2t}$.
   b. Combien de jours après, l'introduction des prédateurs le nombre des pucerons va-t-il commencer à diminuer ?
   c. Calculer $f'(0)$. Utiliser ce nombre dérivé pour calculer, sans utiliser de calculatrice, une approximation du nombre des pucerons présents dans la roseraie au bout d'un jour.

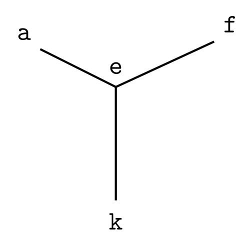
3. Le graphique donné en annexe 2 est un dessin de $(\mathscr{C}_f)$. **Ce graphique est à compléter et à rendre avec la copie.**

   a. À l'aide des informations données ou obtenues précédemment, placer les unités du repère.

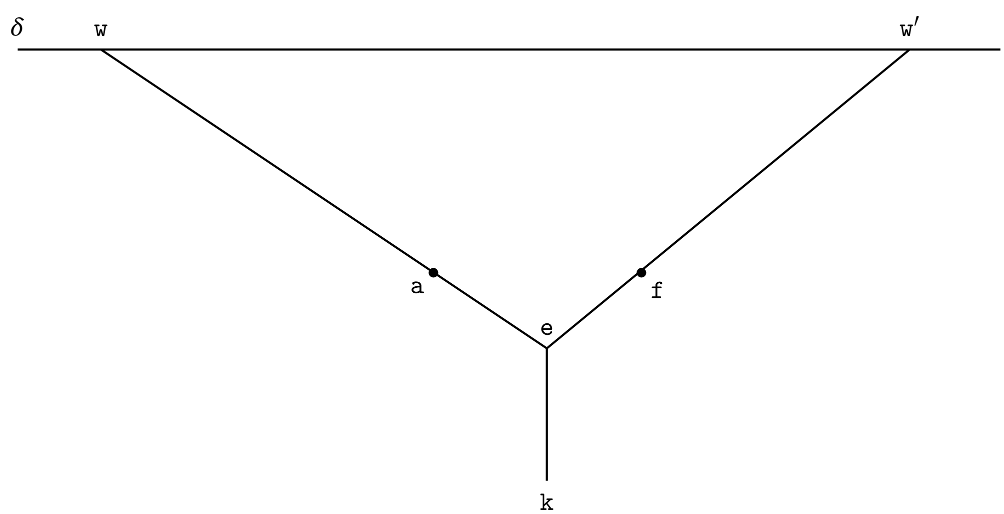
   b. On estime que les pucerons ne posent plus de problème dès que leur nombre est devenu inférieur à 1000. Lire graphiquement au bout de combien de jours ce seuil sera atteint.
   Laisser apparents les trails de construction utilisés pour cette lecture.

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

Dessin N°1 exercice 1

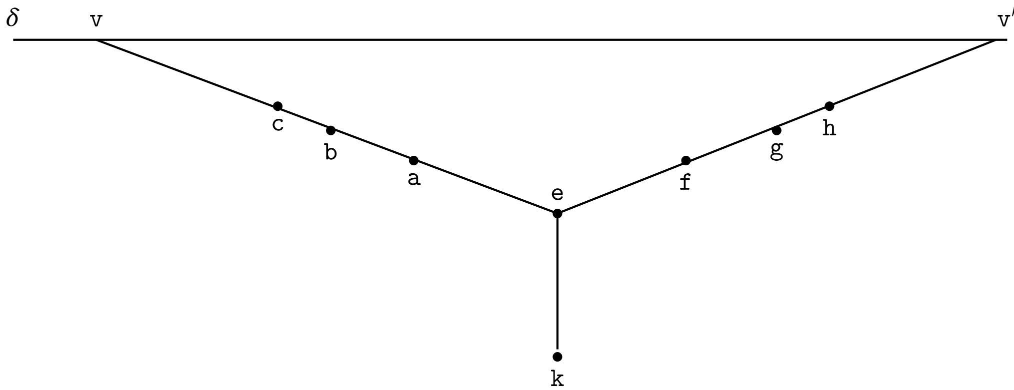


Dessin N°2 exercice 1



ANNEXE 1 bis (à rendre avec la copie)

Dessin N°3 exercice 1



ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

Courbe de l'exercice 4

Baccalauréat L spécialité France - La Réunion juin 2008

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

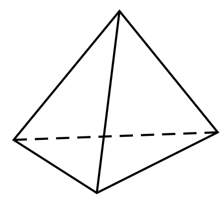
Deux annexes sont à rendre avec la copie

EXERCICE 1 **5 points**

On dispose d'un dé tétraédrique, bien équilibré, dont les quatre faces sont numérotées 1, 2, 3 et 4.

On dispose aussi de trois urnes :

- l'urne A contient une boule noire et trois boules rouges,
- l'urne B contient deux boules noires et deux boules rouges,
- l'urne C contient une boule noire et deux boules rouges.



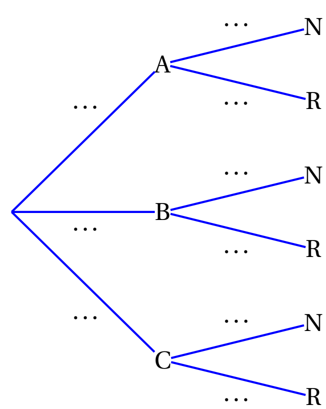
On lance le dé et on note le numéro inscrit sur la face posée sur laquelle il s'immobilise.

Si le numéro est pair, on tire au hasard une boule dans A.
Si le numéro est 1, on tire au hasard une boule dans B.
Si le numéro est 3, on tire au hasard une boule dans C.

On appelle :

A l'évènement « la boule tirée provient de A »,
B l'évènement « la boule tirée provient de B »,
C l'évènement « la boule tirée provient de C »,
N l'évènement « la boule tirée est noire » et
R l'évènement « la boule tirée est rouge ».

1. Reproduire sur la copie et compléter, en indiquant les probabilités relatives à chaque branche, l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. Calculer la probabilité $p(\text{C} \cap \text{N})$.
3. Montrer que $p(\text{N}) = \dfrac{1}{3}$.
4. Déterminer la probabilité d'avoir obtenu le numéro 3 avec le dé sachant que la boule tirée est noire.
5. Les évènements N et C sont-ils indépendants ?

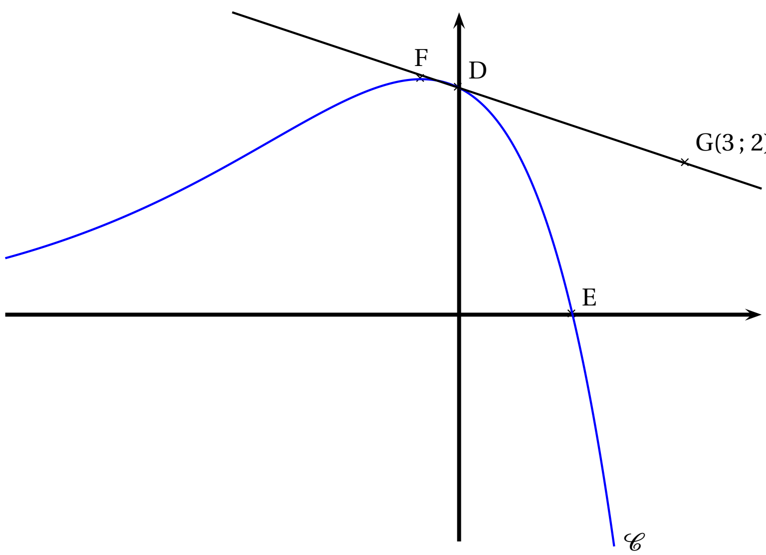
EXERCICE 2 **5 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (3-2x)\text{e}^{\frac{x}{2}}.$$

On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
On note f' la fonction dérivée de f.

1. Calculer la valeur exacte de $f(0)$, de $f(-2)$ et de $f(2)$. Donner, dc plus, une valeur arrondie à 10^{-2} près si nécessaire.
2. Montrer que, pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, $f'(x) = \left(-\dfrac{1}{2} - x\right)\text{e}^{\frac{x}{2}}$.
3. En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. Un dessin de la courbe $\mathscr{C}$ est donné ci-dessous. Les unités ont été effacées. Le point D est l'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des ordonnées et le point E est l'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses. Le point F est le point de $\mathscr{C}$ d'ordonnée maximale.



   a. Donner la valeur exacte des coordonnées des points D, E et F.

   b. Soit G le point de coordonnées(3 ; 2). La droite (DG) est-elle tangente à $\mathscr{C}$ en D ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3 **4 points**

Dans un lycée, un code d'accès à la photocopieuse est attribué à chaque professeur.
Ce code est un nombre à quatre chiffres choisis dans la liste {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, chaque chiffre pouvant être répété à l'intérieur d'un même code.
Par exemple 0027 et 5855 sont des codes possibles.

1. Combien de codes peut-on ainsi former ?
2. Ce code permet aussi de définir un identifiant pour l'accès au réseau informatique. l'identifiant est constitué du code à quatre chiffres suivi d'une clé calculée à l'aide de l'algorithme suivant :

Entrée :	N est le code à quatre chiffres.
Initialisation :	Affecter à P la valeur de N ;
	Affecter à S la valeur 0 ;
	Affecter à K la valeur 1.
Traitement :	Tant que $K \leqslant 4$:
	Affecter à U le chiffre des unités de P ;
	Affecter à K la valeur K +1 ;
	Affecter à S la valeur $S + K \times U$;
	Affecter à P la valeur $\dfrac{P-U}{10}$;
	Affecter à R le reste dans la division euclidienne de S par 7 ;
	Affecter à C la valeur $7 - R$.
Sortie « la clé » :	Afficher C.

a. Faire fonctionner l'algorithme avec N = 2282 et vérifier que la clé qui lui correspond est 3. On prendra soin de faire apparaître les différentes étapes du déroulement de l'algorithme (on pourra par exemple faire un tableau.).

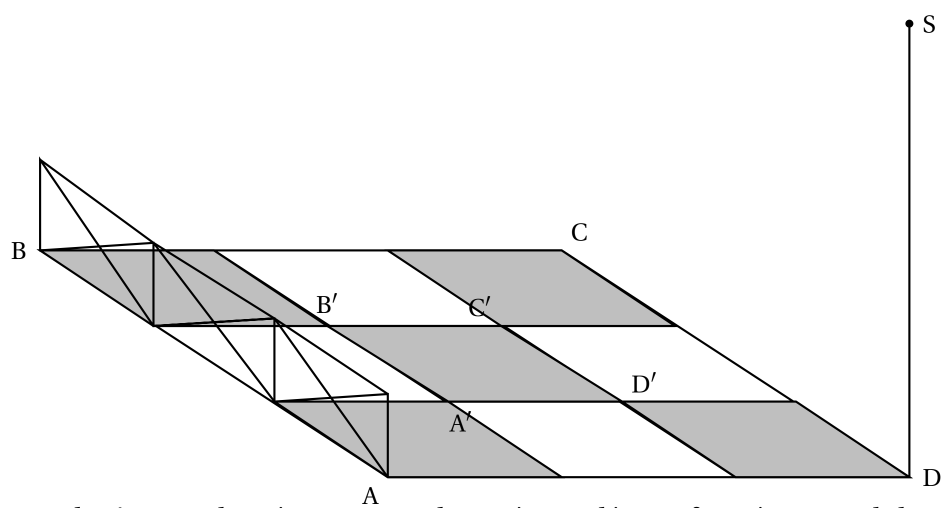
b. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Un professeur s'identifie sur le réseau informatique en entrant le code 4732 suivi de la clé 7.

L'accès au réseau lui est refusé. Le professeur est sûr des trois derniers chiffres du code et de la clé, l'erreur porte sur le premier chiffre du code (qui n'est donc pas égal à 4). Quel est ce premier chiffre ?

EXERCICE 4 **6 points**

Le dessin ci-dessous est la représentation en perspective parallèle d'une sortie d'école séparée de la rue par une rambarde de protection et éclairée par un lampadaire.



Deux dessins sont donnés en annexe. Ils sont à compléter au fur et à mesure de la résolution de l'exercice et à rendre avec la copie.
On veillera à laisser apparents les traits de construction.

1. Compléter la représentation en perspective parallèle donnée dans le dessin N° 1 par l'ombre de la rambarde sur le sol, la source lumineuse (S) étant supposée ponctuelle. On repassera en couleur le dessin fini de l'ombre de la rambarde pour améliorer la lisibilité de la représentation.

2. Dans le dessin N° 2 les points a′, b′, c′, d′ représentent en perspective centrale les sommets A′, B′, C′ et D′ du carré situé au cœur du motif des neufs carrés recouvrant ABCD. On a tracé la ligne d'horizon, le point de fuite principal F et les points de distance D1 et D2. La diagonale [b′d′] est parallèle à la ligne d'horizon.

a. On souhaite contrôler certains aspects de ce dessin. Expliquer comment vérifier que :

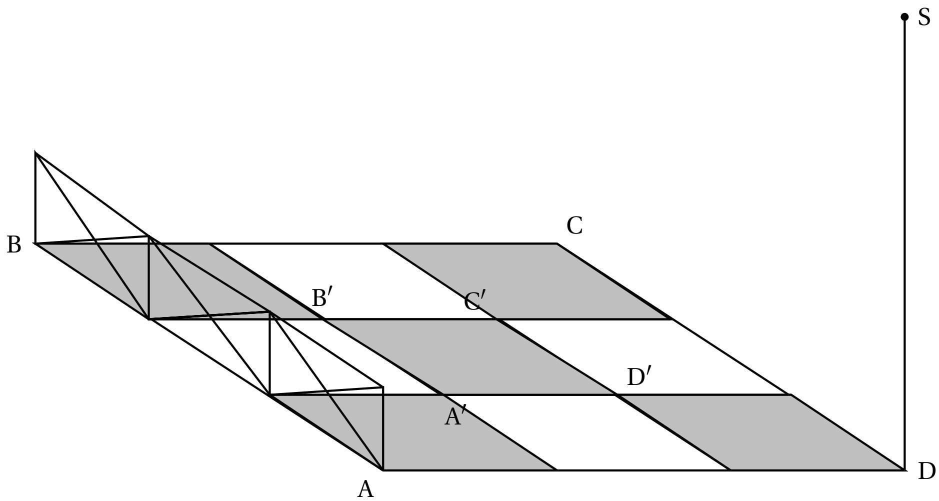
i. a′b′c′d′ représente un quadrilatère, d'un plan horizontal, ayant ses côtés parallèles deux à deux.

ii. a′b′c′d′ représente un quadrilatère, d'un plan horizontal, ayant ses diagonales perpendiculaires.

b. Terminer le dessin en représentant les huit carrés entourant A′B′C′D′. On repassera en couleur le dessin fini des huit carrés pour améliorer la lisibilité de la représentation.

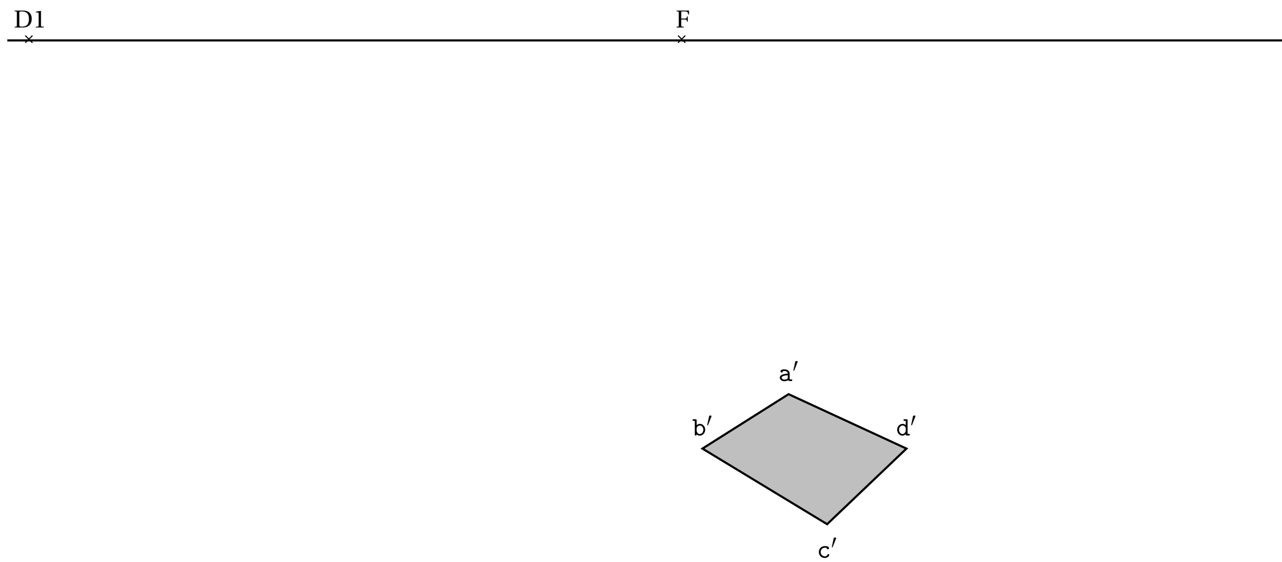
ANNEXE

Dessin N° 1
à compléter et à rendre avec la copie



ANNEXE

Dessin N° 2
à compléter et à rendre avec la copie



Baccalauréat Mathématiques-Enseignement de spécialité
Polynésie juin 2008

EXERCICE 1 **4 points**

Pour un jeu, on dispose de deux urnes.

La première urne contient 6 boules indiscernables au toucher. Sur chacune de ces boules est écrite une lettre, les 6 lettres permettant de reconstituer le prénom MARGOT.

La seconde urne contient 7 boules indiscernables au toucher. Sur chacune de ces boules est écrite une lettre, les 7 lettres permettant de reconstituer le prénom JUSTINE.

Le jeu se déroule en deux étapes :

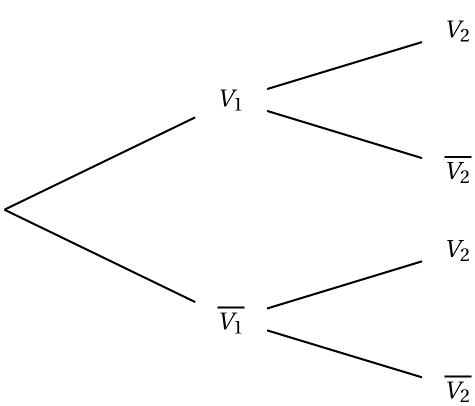
Étape 1 : On prend au hasard une boule de la première urne et on regarde la lettre tirée.

Étape 2 :
- Si la lettre tirée est une voyelle, on tire au hasard la deuxième boule dans la première urne, **la première n'étant pas remise en jeu**. On regarde la seconde lettre tirée.
- Si la lettre tirée est une consonne, on tire au hasard la deuxième boule dans la deuxième urne. On regarde lettre tirée.

On considère les deux évènements :

- V_1 « la première lettre tirée est une voyelle » ;
- V_2 « la deuxième lettre tirée est une voyelle ».

1. Calculer la probabilité que la première lettre tirée soit une voyelle.
2. Calculer la probabilité que la deuxième lettre tirée soit une voyelle sachant que la première est une consonne.
3. Reproduire et compléter l'arbre suivant :



4. Montrer que la probabilité que la deuxième lettre tirée soit une voyelle est $\dfrac{37}{105}$.
5. On suppose que la deuxième lettre est une voyelle.
   Quelle est la probablilité que la première lettre tirée soit une voyelle ?

EXERCICE 2 **6 points**

On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$ pour tout nombre réel x de $[0\,;\,+\infty[$.
on note (C) sa courbe représentative dans le repère (Ox, Oy).

1. Calculer $f(0)$ et justifier que $f(\ln 3) = 0,8$.
2. [a)]

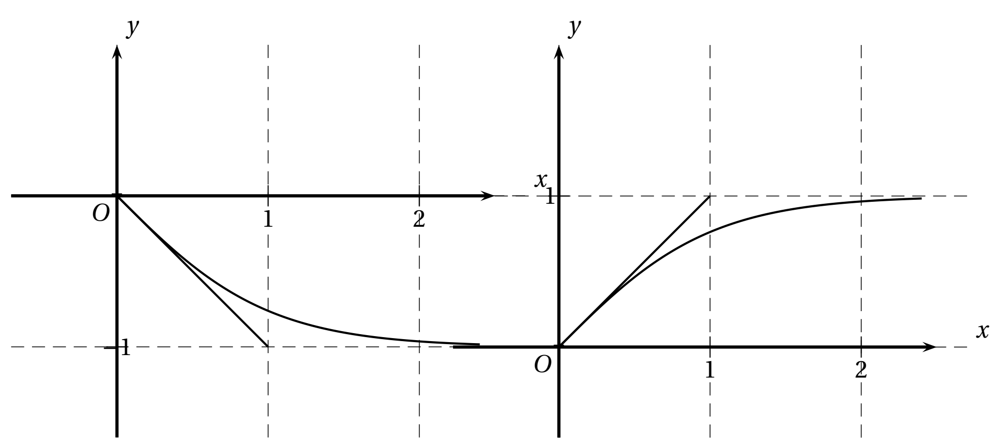
   On note f' la fonction dérivée de f. Démontrer que pour réel x positif, $f'(x) = \dfrac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$.

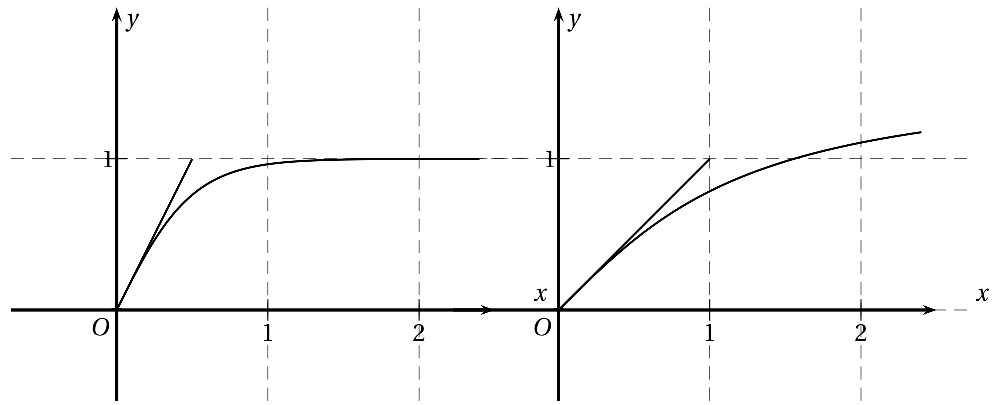
   b. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur $[0\,;\,+\infty[$.

   c. Calculer $f'(0)$, puis donner une équation de la tangente (Δ) à la courbe (C) au point d'abscisse 0.
3. [a)]

   Établir que, pour tout nombre réel x positif, $f(x) - 1 = \dfrac{-2}{e^{2x}+1}$.

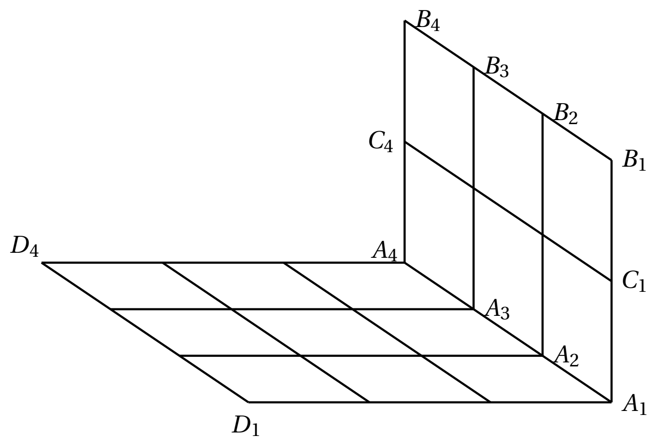
   b. En déduire que, pour tout nombre réel x positif, $f(x) < 1$.
4. Les quatre graphiques ci-dessous ont été obtenus à l'aide d'un logiciel informatique.
   Parmi ces quatre graphiques, un seul peut représenter la courbe (C) et la tangente (Δ).
   Préciser quel est ce graphique et justifier soigneusement l'élimination de chacun des trois autres graphiques.




y
1
O
1
2
y
1
x
O
1
2
x

EXERCICE 3 **6 points**

La figure ci-dessous représente, en perspective cavalière, le sol $(A_1A_4D_4D_1)$ et le mur de droite $(A_1B_1B_4A_4)$ d'une salle. Le mur et le sol sont pavés avec des carrelages identiques de forme carrée.



Le but de l'exercice est de représenter sur l'annexe ce carrelage en perspective centrale sachant que le sol est horizontal, le mur est vertical et le plan $(D_1A_1B_1)$ est frontal.

Dans cette perspective centrale, on convient de noter avec une lettre minuscule les images des points. Ainsi, a_1 est l'image de A_1, a_2 l'image de A_2, ...

On a représenté sur la feuille annexe la ligne d'horizon, le segment $[a_1b_1]$ et le point a_3.

Aucune justification des constructions n'est attendue, mais on laissera apparents tous les traits de construction.

1. [a)]

Construire le point de fuite de la droite (A_1A_3), noté f, et le point b_3.

b. Construire le segment $[a_2b_2]$.

c. Construire le point c_1.

d. Construire le segment $[a_4b_4]$.

2. [a)]

Préciser, en justifiant la réponse, le réel k tel que $a_1d_1 = ka_1c_1$.

b. Construire le point d_1.

c. Terminer la figure.

3. Pour chacune des trois affirmations ci-dessous dire, en justifiant la réponse donnée, si elle est vraie ou fausse.
En cas de réponse négative, on pourra fournir un contre-exemple issu de la figure complétée en annexe.

[(1)]Le plan $(A_4B_4D_4)$ est frontal. En perspective centrale, les milieux sont toujours conservés. En perspective centrale, les milieux ne sont jamais conservés.

EXERCICE 4 **4 points**

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Le but de l'exercice est d'étudier quelques propriétés du nombre entier 3^{2008} dont certaines ne peuvent être obtenues à l'aide d'une calculatrice.

Partie A : Chiffre des unités de 3^{2008}

1. Justifier que $3^8 \equiv 1 \mod 10$. En déduire que $3^{2008} \equiv 1 \mod 10$.
2. Quel est le chiffre des unités de 3^{2008} ?

Partie B : Nombre de chiffres de 3^{2008}

Dans cette partie, log désigne la fonction logarithme décimal.

On pourra utiliser les propriétés suivantes :

$*$ $\log a^n = n \times \log a$, pour tout nombre réel a strictement positif et tout nombre entier n.

$*$ $\log 10 = 1$

$*$ La fonction log est strictement croissante sur $]0\,;\,+\infty[$.

1. Sachant que $0,4771 < \log 3 < 0,4772$, justifier l'encadrement $958 < \log\left(3^{2008}\right) < 959$.
2. Calculer $\log\left(10^{958}\right)$ et $\log\left(10^{959}\right)$.
3. Déduire des questions précédentes l'encadrement $10^{958} < 3^{2008} < 10^{959}$.
4. Expliquer comment on peut déduire de l'inégalité précédente le nombre de chiffres de l'écriture décimale du nombre entier 3^{2008}.

ANNEXE (à rendre avec la copie)

EXERCICE 3